

Π. Γ. ΚΑΡΥΔΗ

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΙΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ
ΥΠΕΡΥΨΩΜΕΝΩΝ ΥΔΑΤΟΠΥΡΓΩΝ.
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΙΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΙΝ ΣΕΙΣΜΟΥ

ΑΝΑΤΥΠΟΝ ΕΚ ΤΩΝ "ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ"
Τεύχος 1ον — Ιανουάριος 1975

ΑΘΗΝΑΙ 1975

Διερεύνησις τῆς δυναμικῆς συμπεριφορᾶς ὑπερυψωμένων ὑδατοπύργων. 'Ἐφαρμογὴ εἰς περίπτωσιν σεισμοῦ

Π. Γ. Καρύδη*

1. Ἀντί προλόγου

'Αφορμὴν τῆς παρουσίας ἐργασίας ἔδωκεν ἡ ἐκ τῆς πράξεως προκύπτουσα ἀνάγκη μελέτης μεγάλης ποικιλίας τοιούτων κατασκευῶν. Ἡ παρούσα βασίζεται εἰς τὴν ὑπ' ἀρ. [1]* ἐργασίαν ἐνῶ κατὰ τὴν περαιτέρω γενίκευσιν τοῦ θέματος λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ ἐπιρροή τῆς ἀποσβέσεως καὶ τοῦ κατακορύφου φορτίου τοῦ συγκεντρωμένου εἰς τὴν κεφαλὴν τοῦ στύλου, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ ὀριζοντία ὀλισθήσις τοῦ θεμελίου καὶ ἡ στροφὴ αὐτοῦ, βλ. Σχ. 1.

Σκοπὸς τῆς παρουσίας ἐργασίας εἶναι νὰ διερευνηθῇ τὴν ἐπιρροήν, τὴν ὁποίαν ἀσκοῦν οἱ διάφοροι ἔμμεσοι κυρίως παράγοντες εἰς τὴν δυναμικὴν συμπεριφορὰν τοιούτων κατασκευῶν, ὡς εἶναι τὸ ἔδαφος θεμελιώσεως, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ θεμελίου, ἡ μαζικὴ ῥοπή ἀδρανείας τῆς μάζης τῆς κεφαλῆς κλπ. Τὸ πῶς οἱ λοιποὶ ἄμεσοι παράγοντες ὡς τὸ ὕψος, ἡ ρ. ἀδρανείας τοῦ κατακορύφου συνδέσμου καὶ ἡ μᾶζα κεφαλῆς ἐπηρεάζουν τὴν συμπεριφορὰν, εἶναι κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον γνωστὸν ἐκ τῆς βιβλιογραφίας κλπ.

Δυνατότητα τῆς παρουσίας γενικεύσεως καὶ διερευνήσεως παρέσχεν ἡ ὑπ' ἀρ. [2] ἐργασία, καθ' ἣν ἀπεδείχθη θεωρητικῶς καὶ ὑπολογιστικῶς, ὅτι ἡ σεισμικὴ συμπεριφορὰ ἐνὸς πολυβαθμίου σχηματισμοῦ n ἐπαλλήλων συγκεντρωμένων μαζῶν παρεχομένη ὡς λύσις τοῦ κάτωθι συστήματος ἰσαριθμῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων δευτέρας τάξεως:

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} v_{jt} + \sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{v}_{jt} + m_i \ddot{v}_{it} = -m_i \ddot{y}_t \quad (1)$$

εἶναι ταυτόσημος πρὸς τὴν ἔκφρασιν:

$$v_{it} = \sum_{\rho=1}^n \Delta_{i\rho} \Psi_{\rho} \gamma_{\rho t} \quad (2)$$

Ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸ Σχ. 1β, ἡ κεφαλὴ b τοῦ στύλου μετατίθεται ὀριζοντίως κατὰ $V(t)$ καὶ στρέφεται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ταλαντώσεως κατὰ γωνίαν $\theta(t)$. Ὡσαύτως ἡ βᾶσις αὐτοῦ, εἰς τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν συγκεντρωμένην δρῶσαν μᾶζαν m_a , μετατίθεται ὀριζοντίως κατὰ $Y(t) = y(t) + v_a(t)$, λόγω τῆς σεισμικῆς δονήσεως καὶ ὀλισθήσεως τοῦ θεμελίου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, καὶ στρέφεται κατὰ γωνίαν $\theta_a(t)$ λόγω κατακορύφου ἐνδόσεως τοῦ ἐδάφους θεμελιώσεως.

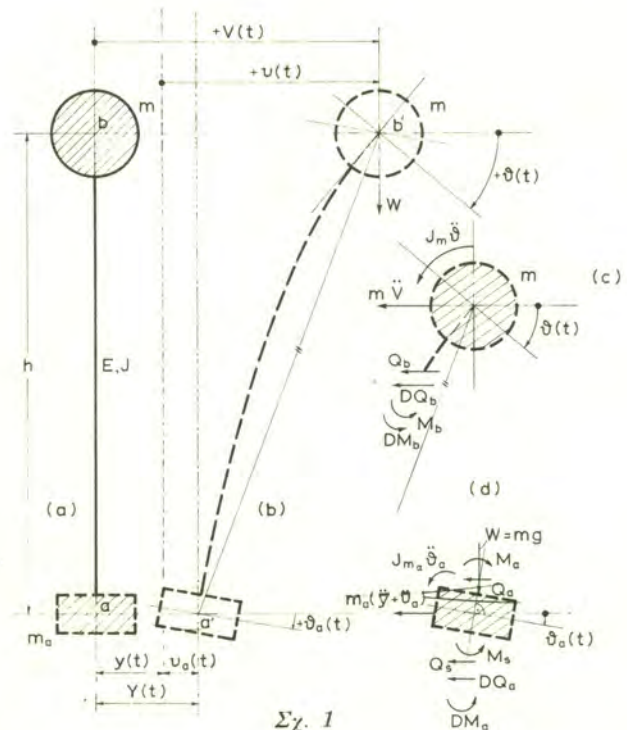
2. Βασικαὶ παραδοχαὶ καὶ διατύπωσις τῶν ἐξισώσεων τῆς κινήσεως

*Ὅπου εἰσάγεται ὁ σεισμικὸς κραδασμὸς, θεωροῦμεν ὅτι οὗτος δρᾷ ὀριζοντίως, ἐντὸς πάντοτε τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως καὶ εἰς τὴν βᾶσιν τῆς κατασκευῆς. Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην θεωροῦμεν ὅτι ἅπαντα τὰ χρησιμοποιούμενα ὑλικά ἐργάζονται ἐντὸς τῆς ἐλαστικῆς αὐτῶν περιοχῆς. Ὁ στύλος — ἐλαστικὸς σύνδεσμος θεωρεῖται ἄνευ μάζης.

Εἰς τὰ Σχ. 1c καὶ 1d ἐμφαίνονται τόσον αἱ ἔξωτερικαὶ δυνάμεις καὶ ροπαί, αἱ ὁποῖαι δρῶνι μέσῳ τῶν ἐλαστικῶν συνδέσμων

* Οἱ ἐντὸς ἀγκυλῶν ἀριθμοὶ ἀναφέρονται εἰς τὴν βιβλιογραφίαν, εἰς τὸ τέλος τῆς παρουσίας

* Διπλωματοῦχος Πολιτικὸς Μηχανικὸς Ε. Μ. Π. 1962. Ἀπὸ 1965 ἕως τῶρα ἐπιμελητὴς Ἐργαστηρίου Στατικῆς καὶ Ἀντισεισμικῶν Ἐρευνῶν Ε. Μ. Πολυτεχνείου. Ἀριστοῦχος διδάκτωρ πολιτικὸς μηχανικὸς Ε. Μ. Π.,



Σχ. 1

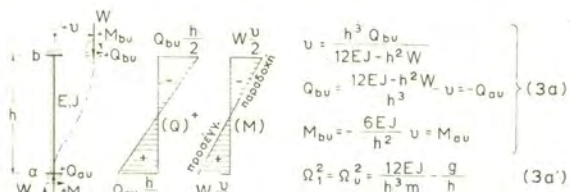
εἰς τὰς μάζας κεφαλῆς καὶ θεμελίου, ὅσον καὶ αἱ ἀμοιβαίως ἀναπτυσσόμεναι ἀδρανειακαὶ δυνάμεις καὶ ροπαί ἐκ τῆς κινήσεως τῶν μαζῶν τούτων. Ἡ ἐπιρροή τῆς ἀποσβέσεως εἰσάγεται εἰς τὴν μελέτην τοῦ φαινομένου διὰ τῆς παραδοχῆς ὅτι αὕτη συντελεῖ εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν διατμητικῶν δυνάμεων ἀποσβέσεως (DQ_i , $i = a$ καὶ b) καὶ καμπτικῶν ροπῶν ἀποσβέσεως (DM_i , $i = a$ καὶ b).

Κατὰ προσέγγισιν θεωροῦμεν ὅτι αἱ ἀναπτυσσόμεναι τέμνουσαι δυνάμεις εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ συστήματος συμπύκνουν πρὸς τὰς ὀριζοντίους αὐτῶν προβολάς.

Ἡ πρόσθετος ροπή ἥτις ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῶν ὀριζοντιῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι δρῶνι εἰς τὴν στέψιν τοῦ θεμελίου ἐπὶ τὸ ὕψος αὐτοῦ παραλείπεται.

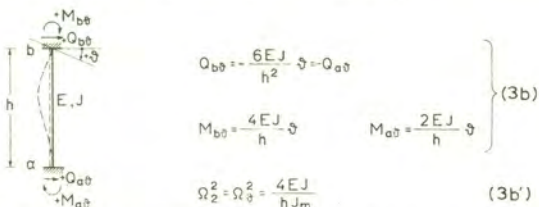
Αἱ σχέσεις 3a, b, c, d συμβιβασταὶ πρὸς παραμορφώσεσις τοῦ ἀβαροῦς ἐλαστικοῦ συνδέσμου ab, αἱ ὁποῖαι ἐμφαίνονται εἰς τὰ ἀντίστοιχα Σχ. 2 εἶναι γνωσταί, πλὴν ὁμως παρατίθενται ἐνταῦθα κυρίως διὰ θέματα συμβολισμοῦ, καὶ διὰ τὴν ὑπόδειξιν τῆς ἀπλοποιητικῆς παραδοχῆς τῆς ἐπιρροῆς τοῦ κατακορύφου φορτίου, ὡς αὕτη ἐμφαίνεται ἐκ τῆς εὐθυγράμμου μορφῆς τοῦ ἀντιστοίχου διαγράμματος καμπτικῶν ροπῶν (M).

Εἰς οἰανδήποτε χρονικὴν στιγμήν (t), ἐμφαίνονται τὰ μεγέθη παραμορφώσεως $v(t)$, $\theta(t)$, $v_a(t)$, $\theta_a(t)$, ὅποτε αἱ λόγω τούτων ἀναπτυχθησόμεναι ροπαί καὶ τέμνουσαι εἰς τὸ ἄνω καὶ κάτω μέρος τοῦ ἐλαστικοῦ συνδέσμου θὰ εἶναι ἀντιστοιχῶς:



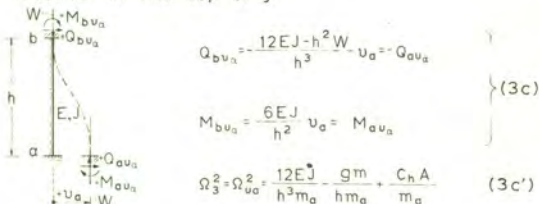
(a) Οριζόντια μετακινήσεις άνευ στροφής κεφαλής και με ακλόνητον βάσιν.

(a) Horizontal translation of the top only



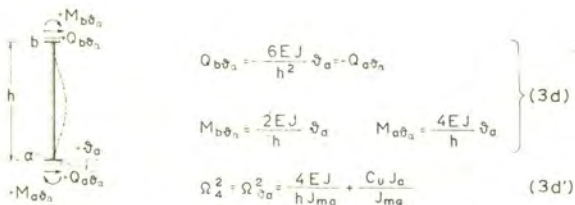
(b) Στροφή άνευ μετακινήσεως κεφαλής και με ακλόνητον βάσιν.

(b) Rotation of the top only



(c) Οριζόντια μετακινήσεις άνευ στροφής βάσεως και με ακλόνητον κεφαλήν.

(c) Horizontal translation of the bottom only



(d) Στροφή άνευ μετακινήσεως βάσεως και με ακλόνητον κεφαλήν.

(d) Rotation of the bottom only

Σχ. 2

$$M_b = M_{bv} + M_{b\theta} + M_{bv_a} + M_{b\theta_a} = -\frac{6EJ}{h^2} (v - v_a) + \frac{2EJ}{h} (2\theta + \theta_a) = \frac{2EJ}{h} \left(2\theta + \theta_a - 3 \frac{v - v_a}{h} \right) \quad (4)$$

$$M_a = M_{av} + M_{a\theta} + M_{av_a} + M_{a\theta_a} = -\frac{6EJ}{h^2} (v - v_a) + \frac{2EJ}{h} (\theta + 2\theta_a) = \frac{2EJ}{h} \left(\theta + 2\theta_a - 3 \frac{v - v_a}{h} \right) \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 Q_a &= -Q_b = Q_{bv} + Q_{b\theta} + Q_{bv_a} + Q_{b\theta_a} = \\
 &= -\frac{12EJ - Wh^2}{h^3} (v - v_a) + \frac{6EJ}{h^2} (\theta + \theta_a) = \\
 &= \frac{6EJ}{h^2} \left(\theta + \theta_a - 2 \frac{v - v_a}{h} \right) + \frac{1}{h} (v - v_a) W \quad (6)
 \end{aligned}$$

Ἡ δυναμικὴ ἰσορροπία τῆς κεφαλῆς ἀπαιτεῖ ὡς πρὸς τὰς ὀριζοντίους δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι δροῦν ἐπ' αὐτῆς, (βλ. Σχ. 1c) ὅπως ἰσχύη ἡ σχέσηis:

$$m (\ddot{y} + \ddot{v}) + Q_b + DQ_b = 0 \quad (7)$$

ἐνῶ ὡς πρὸς τὰς ροπὰς:

$$J_m \ddot{\theta} + M_b + DM_b = 0 \quad (8)$$

Ἀντιστοίχως, ἡ δυναμικὴ ἰσορροπία τῆς βάσεως ἀπαιτεῖ, ὡς πρὸς τὰς ὀριζοντίους δυνάμεις (βλ. Σχ. 1d):

$$m_a (\ddot{y} + \ddot{v}_a) + Q_a + Q_s + DQ_a = 0 \quad (9)$$

καὶ ὡς πρὸς τὰς ροπὰς:

$$J_{m_a} \ddot{\theta}_a + M_a + M_s + DM_a = 0 \quad (10)$$

Αἱ σχέσεις (7) ἕως (10) λόγω τῶν σχέσεων (4) ἕως (6), γράφονται καί:

$$\begin{aligned}
 m (\ddot{y} + \ddot{v}) - \frac{6EJ}{h^2} \left(\theta + \theta_a - 2 \frac{v - v_a}{h} \right) - \\
 - mg \frac{v - v_a}{h} + DQ_b = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$J_m \ddot{\theta} + \frac{2EJ}{h} \left(2\theta + \theta_a - 3 \frac{v - v_a}{h} \right) + DM_b = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 m_a (\ddot{y} + \ddot{v}_a) + \frac{6EJ}{h^2} \left(\theta + \theta_a - 2 \frac{v - v_a}{h} \right) + \\
 + mg \frac{v - v_a}{h} + Q_s + DQ_a = 0 \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{m_a} \ddot{\theta}_a + \frac{2EJ}{h} \left(2\theta_a + \theta - 3 \frac{v - v_a}{h} \right) + \\
 + M_s + DM_a = 0 \quad (14)
 \end{aligned}$$

Τὰ μεγέθη Q_s καὶ M_s εἶναι αἱ ἀντιδράσεις τοῦ ἐδάφους πρὸς τὸ θεμέλιον, λόγω ὀριζοντίου ὀλισθήσεως κατὰ v_a καὶ στροφῆς τοῦ θεμελίου περὶ ὀριζόντιον ἄξονα, ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως κατὰ γωνίαν θ_a ἀντιστοίχως. Συμφώνως πρὸς τὰ Σχ. 3a, b καὶ [1] καὶ [4] ἔχομεν ὅτι ἡ εἰς ὀριζοντίαν μετακίνησιν ἀκαμψία τοῦ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἐδραζομένου θεμελίου εἶναι:

$$K_h = C_h A \quad (15)$$

ἐνῶ ἡ εἰς στροφήν ἀκαμψία αὐτοῦ εἶναι:

$$K_{\theta_a} = C_v J_a \quad (16)$$

Εὐκόλως πλέον ἔχομεν τὰς σχέσεις:

$$Q_s = K_h v_a = C_h A v_a \quad (17)$$

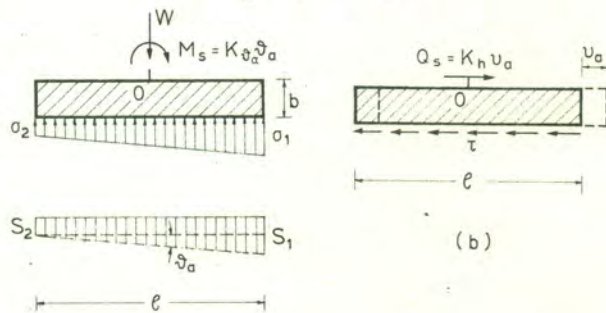
καὶ

$$M_s = K_{\theta_a} \theta_a = C_v J_a \theta_a \quad (18)$$

Αἱ σχέσεις (11) ἕως (14) τῇ βοήθειᾳ τῶν (17) καὶ (18) μετὰ τινα ἀνακατάταξιν τῶν ὄρων λαμβάνουν τὴν μορφήν:

$$\begin{aligned}
 m \ddot{v} + \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} v - \frac{6EJ}{h^2} \theta - \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} v_a - \\
 - \frac{6EJ}{h^2} \theta_a + DQ_b = -m \ddot{y} \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_m \ddot{\theta} - \frac{6EJ}{h^2} v + \frac{4EJ}{h} \theta + \frac{6EJ}{h^2} v_a + \\
 + \frac{2EJ}{h} \theta_a + DM_b = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$



(α)

Σχ. 3.

$$m_a \ddot{\theta}_a - \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} v + \frac{6EJ}{h^2} \theta + \left(\frac{4EJ}{h} + C_v J_a \right) \theta_a + DM_a = 0 \quad (22)$$

$$+ \left(\frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} + C_h A \right) v_a + \frac{6EJ}{h^2} \theta_a + DQ_a = -m_a \ddot{y} \quad (21)$$

$$J_{m_a} \ddot{\theta}_a - \frac{6EJ}{h^2} v + \frac{2EJ}{h} \theta + \frac{6EJ}{h^2} v_a +$$

όπου:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{m_a} \end{bmatrix} \quad (24a), \quad \{x\} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \theta \\ v_a \\ \theta_a \end{bmatrix} \quad (24b)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} & - \frac{6EJ}{h^2} & - \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} & - \frac{6EJ}{h^2} \\ - \frac{6EJ}{h^2} & \frac{4EJ}{h} & \frac{6EJ}{h^2} & \frac{2EJ}{h} \\ - \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} & \frac{6EJ}{h^2} & \frac{12EJ - h^2 mg}{h^3} + C_h A & \frac{6EJ}{h^2} \\ - \frac{6EJ}{h^2} & \frac{2EJ}{h} & \frac{6EJ}{h^2} & \frac{4EJ}{h} + C_v J_a \end{bmatrix} \quad (24c)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \quad (24d), \quad \{\ddot{y}\} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ 0 \\ \ddot{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24e)$$

εισάγομεν τον γραμμικόν μετασχηματισμόν:

$$\{x\} = \begin{bmatrix} v \\ \theta \\ v_a \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \Delta_{14} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} & \Delta_{24} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} & \Delta_{34} \\ \Delta_{41} & \Delta_{42} & \Delta_{43} & \Delta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = [\Delta] \{b\} \quad (25)$$

*Όπου τὰ μητρώα $[\Delta]$ και $\{b\}$ αποτελούνται ἀντιστοίχως ἀπὸ σταθεροὺς καὶ μεταβλητοὺς ἐν χρόνῳ ὄρους καὶ οἵτινες προσδιορίζονται διὰ τῆς κατωτέρω μεθοδολογίας, (βλ. καὶ [2]).

Εἰσάγοντες τὴν ἐξ. (25) εἰς τὴν ἐξ. (23) ὑπὸ μηδενισμόν τῆς διεγέρσεως $\{\ddot{y}\} = 0$ καὶ τῆς ἀποσβέσεως $[c] = 0$, λαμβάνομεν:

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = 0 \quad (26)$$

*Ἡ ὑπὸ τῆς σχέσεως ταύτης καθοριζομένη ἰδεατὴ (λόγῳ ἐλλείψεως ἀποσβέσεως) ταλάντωσις τοῦ πολυβαθμίου σχηματισμοῦ καλεῖται, ὡς γνωστὸν, ἐλευθέρᾳ ἀναπόσβεστος ταλάντωσις αὐτοῦ. Ἐὰν δὲ θέσωμεν ἓνα πρόσθετον περιορισμόν ὅπως τὰ βέλη x_i ἰσοῦνται πρὸς (βλ. [2], σελ. 13):

$$x_i = \delta_i F(t) \quad (27)$$

ὅπου $F(t)$ προσδιοριζέται συνάρτησις τοῦ χρόνου κοινὴ δι' ὅλας τὰς στάθμας i^* τοῦ σχηματισμοῦ καὶ δ_i προσδιοριστέος

*Ἐνταῦθα ὑπὸ τὸν ὄρον στάθμη i νοοῦμεν τὴν i ἐλευθερίαν κινήσεως τοῦ συστήματος ἤτοι: διὰ $i = 1$ νοεῖται ἡ ὀριζοντία μετακίνησις τῆς κεφαλῆς (v), $i = 2$ ἡ στροφή αὐτῆς (θ), $i = 3$, ἡ ὀριζοντία μετάθεσις τοῦ θεμελίου (v_a) καὶ διὰ $i = 4$ ἡ στροφή τοῦ θεμελίου (θ_a).

2. Προσδιορισμὸς τῶν ἰδιομορφῶν καὶ ἰδιοσυχνοτήτων τοῦ σχηματισμοῦ

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα τῶν τεσσάρων ταυτοχρόνων ἐξισώσεων (19) ἕως (22) δύναται νὰ λάβῃ τὴν συνοπτικὴν μορφήν:

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} + [c] \{\dot{x}\} = -[M] \{\ddot{y}\} \quad (23)$$

σταθερὸς συντελεστὴς ἐκάστης στάθμης i , ἀποδεικνύεται (βλ. [2]) ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν ἐξ. (26) καὶ (27) καθοριζομένη ταλάντωσις εἶναι κανονικὴ, ἥτις λέγεται καὶ ἰδιοσταλάντωσις, καθ' ἣν τὰ βέλη x_i εἶναι ἡμιτονικαὶ συναρτήσεις διαφοροῦ ἡμιόρου, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς ἰδιοσυχνοτήτος ω , ἤτοι:

$$\{x\} = \{\delta\} \eta\mu\omega t \quad (28a)$$

ὅθεν:

$$\{\ddot{x}\} = -\omega^2 \{\delta\} \eta\mu\omega t \quad (28b)$$

ὅπου δ_i καὶ ω προσδιορίζονται σταθεραὶ ὡς περιγράφεται κατωτέρω.

Αἱ σχέσεις (28a) καὶ (28b) εἰσαγόμεναι εἰς τὴν ἐξ. (26) εὐκόλως παρέχουν τὴν κάτωθι συνθήκη, ἥτις δέον νὰ ἰσχύῃ διὰ πᾶσαν χρονικὴν στιγμὴν t :

$$-\omega^2 [M] \{\delta\} + [K] \{\delta\} = 0 \quad (29)$$

ἢ

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\delta\} = 0 \quad (30)$$

*Ἐπειδὴ ἐνδιαφερόμεθα διὰ μὴ μηδενικὰς λύσεις $\delta_i \neq 0$ δέον ὅπως ἡ ὀρίζουσα τῶν συντελεστῶν τῶν ἀγνώστων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἤτοι ἐν προκειμένῳ

$$[K] - \omega^2 [M] = \begin{vmatrix} K_{11} - \omega^2 m & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} - \omega^2 J_m & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} - \omega^2 m_a & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} - \omega^2 J_{m_a} \end{vmatrix} = 0 \quad (31)$$

Η εξ. (31) παρέχει εν πολυώνυμον τετάρτου βαθμού ως προς ω^2 , και κατόπιν επιλύσεως αυτού προσδιορίζονται αι τέσσαρες αυτού ρίζαι $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2$ και ω_4^2 , αι οποίαι και καλούνται ιδιοσυχνότητες του σχηματισμού. Έκάστη ρίζα - ιδιοσυχνότης ω_ρ^2 καθιστᾷ τὴν εξ. (30) ἀόριστον ὡς πρὸς τὰ βέλη $\delta_{i\rho}$ παρέχου-

σα ταῦτα ὑπὸ τῆς ἀορίστου ἐκφράσεως 0:0. Πρὸς ἄρσιν τῆς ἀοριστίας ταύτης ἐκλέγεται ἀθαιρέτως ἐν τῶν βελῶν $\delta_{i\rho}$ ἴσον πρὸς τινὰ ἀδιάστατον τιμὴν π.χ. $\delta_{1\rho} = 1$, ὁπότε τὰ λοιπὰ προσδιορίζονται ἐν σχέσει πρὸς τὸ οὕτως ἀθαιρέτως ἐκλεγέν. Τοῦτο ἐμφαίνεται, χάριν παραδείγματος, διὰ τοῦ κατωτέρω συστήματος:

$$\begin{aligned} (K_{11} - \omega_\rho^2 m) \delta_{1\rho} + K_{12} \delta_{2\rho} + K_{13} \delta_{3\rho} + K_{14} \delta_{4\rho} &= 0 \\ K_{21} \delta_{1\rho} + (K_{22} - \omega_\rho^2 J_m) \delta_{2\rho} + K_{23} \delta_{3\rho} + K_{24} \delta_{4\rho} &= 0 \\ K_{31} \delta_{1\rho} + K_{32} \delta_{2\rho} + (K_{33} - \omega_\rho^2 m_a) \delta_{3\rho} + K_{34} \delta_{4\rho} &= 0 \\ K_{41} \delta_{1\rho} + K_{42} \delta_{2\rho} + K_{43} \delta_{3\rho} + (K_{44} - \omega_\rho^2 J_{m_a}) \delta_{4\rho} &= 0 \end{aligned} \quad (32)$$

τὸ ὁποῖον διὰ $\delta_{1\rho} = 1$ λαμβάνει τελικῶς τὴν μορφήν:

$$\begin{aligned} K_{12} \delta_{2\rho} + K_{13} \delta_{3\rho} + K_{14} \delta_{4\rho} &= -K_{11} + \omega_\rho^2 m \\ (K_{22} - \omega_\rho^2 J_m) \delta_{2\rho} + K_{23} \delta_{3\rho} + K_{24} \delta_{4\rho} &= -K_{21} \\ K_{32} \delta_{2\rho} + (K_{33} - \omega_\rho^2 m_a) \delta_{3\rho} + K_{34} \delta_{4\rho} &= -K_{31} \\ K_{42} \delta_{2\rho} + K_{43} \delta_{3\rho} + (K_{44} - \omega_\rho^2 J_{m_a}) \delta_{4\rho} &= -K_{41} \end{aligned} \quad (33)$$

Τὸ σύστημα (33) παρέχει τὰς τιμὰς $\delta_{2\rho}, \delta_{3\rho}, \delta_{4\rho}$ ὡς πρὸς $\delta_{1\rho} = 1$. Ἐν προκειμένῳ ἔχωμεν τέσσαρα τοιαῦτα συστήματα, ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἑκάστην τιμὴν τοῦ ω_ρ διὰ $\rho = 1, 2, 3$ καὶ 4.

δι' ὅλα τὰ $\{\Delta\}$ καὶ τὰ ἀντίστοιχα ω^2 , λαμβάνει αὕτη τὴν ἐνιαίαν μορφήν:

$$[K][\Delta] = [M][\Delta][\omega^2] \quad (38)$$

Ὡς ἀποδεικνύεται [2], τὰ βέλη $\delta_{i\rho}$ οὕτως προσδιορισθέντα, ἱκανοποιοῦν τὰς σχέσεις:

ὅπου :

$$[\omega^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^4 m_i \delta_{i\rho} \delta_{i\lambda} &= 0 \\ \sum_{i=1}^4 m_i \delta_{i\rho}^2 &= q \end{aligned} \right\} \quad (34a, b)$$

ὅπου $q =$ τυχοῦσα ἀθαιρέτος σταθερά. Ἐάν θέσωμεν $q = 1$, τότε τὰ βέλη

$$\Delta_{i\rho} = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 m_i \delta_{i\rho}^2} \quad (35)$$

Ἐάν τὴν εξ. (38) πολ/μεν ἀριστερὰ ἐπὶ $[\Delta]^A$ λαμβάνομεν τῇ βοήθειᾳ τῆς (37):

$$[\Delta]^A [K] [\Delta] = [\omega^2] \quad (40)$$

ὀνομάζομεν ἐντεταγμένα, ἐνῶ προφανῶς ἡ εξ. (34a) δὲν θίγεται, ὁπότε ἀντὶ τῶν εξ. (34a, b) θὰ ἔχωμεν:

Ἀνωτέρω ἐσκιαγραφῆθη ἡ πορεία ὑπολογισμοῦ τῶν ἐντεταγμένων βελῶν-κανονικῶν μορφῶν $[\Delta]$ ὡς ἐπίσης καὶ τῶν ἀντιστοιχῶν ἰδιοσυχνότητων $[\omega^2]$. Εἰς τὴν σχέσιν (25) οἱ σταθεροὶ ἐν χρόνῳ ὄροι ἐτέθησαν ἴσοι πρὸς τὰ στοιχεῖα τοῦ μητρώου $[\Delta]$ καὶ ἐπομένως μεταξὺ $\{x\}$ καὶ $\{b\}$ ὑφίσταται ἀμφιμονοσήμαντος ἀντιστοιχία.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^4 m_i \Delta_{i\rho} \Delta_{i\lambda} &= 0 \\ \sum_{i=1}^4 m_i \Delta_{i\rho}^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (36a, b)$$

4. Προσδιορισμὸς τῶν συντελεστῶν ἀποσβέσεως (προσεγγιστικῶς)

Ἡ σχέσις (34a) ἢ (36a) καλεῖται ὡς γνωστὸν [5] συνθήκη ὀρθογωνισμοῦ (καθετότης τῶν διανυσμάτων $\{\delta\}$ ἢ $\{\Delta\}$) ἐνῶ ἢ (36b) συνθήκη ἐντάξεως. Αἱ σχέσεις (36a, b) γράφονται ὑπὸ ἐνιαίαν μορφήν:

$$[\Delta]^A [M] [\Delta] = [I] \quad (37)$$

Ἡ σχέσις (29) ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἐντεταγμένα εὔρη $\{\Delta\}$, ὁπότε

$$m_i \ddot{x}_{i\rho} + \sum_{j=1}^4 K_{ij} x_{j\rho} + \sum_{j=1}^4 c_{ij} \dot{x}_{j\rho} = 0 \quad (41)$$

Ως αποδεικνύεται [2], δυνάμεθα νά θέσωμεν προσεγγιστικῶς ὡς:

$$x_{ip} = \Delta_{ip} F(t) \quad (42)$$

ὁπότε:

$$x_{jp} = x_{ip} \Delta_{jp} \frac{1}{\Delta_{ip}}, \quad \dot{x}_{jp} = \dot{x}_{ip} \Delta_{jp} \frac{1}{\Delta_{ip}} \quad (43a, b)$$

αἱ σχέσεις (42), (43a, b) τιθέμεναι εἰς τὴν (41) δίδουν:

$$\ddot{x}_{ip} + \left(\frac{1}{m_i \Delta_{ip}} \sum_{j=1}^4 K_{ij} \Delta_{jp} \right) x_{ip} + \left(\frac{1}{m_i \Delta_{ip}} \sum_{j=1}^4 c_{ij} \Delta_{jp} \right) \dot{x}_{ip} = 0 \quad (44)$$

Ἐπειδὴ δὲ ἐκ τῆς ἐξ. (29) ὅταν θέσωμεν $\{\Delta\}_p$ ἀντὶ $\{\delta\}$ καὶ ω_p ἀντὶ ω , προκύπτει:

$$\sum_{j=1}^4 K_{ij} \Delta_{jp} = \omega_p^2 m_i \Delta_{ip} \quad (45)$$

ἢ (44) λαμβάνει τὴν μορφήν:

$$\ddot{x}_{ip} + \omega_p^2 x_{ip} + \left(\frac{1}{m_i \Delta_{ip}} \sum_{j=1}^4 c_{ij} \Delta_{jp} \right) \dot{x}_{ip} = 0 \quad (46)$$

Ἐπενθυμίζομεν, χάριν συγκρίσεως, τὴν διαφορικὴν ἐξίσωσιν τὴν διέπουν τὴν ἀποσβεννυμένην ἐλευθέραν ταλάντωσιν ἑνὸς μονοβαθμίου σχηματισμοῦ μάζης m , ἀκαμψίας K , ἰδιοσυχνότητος $\omega = \sqrt{K/m}$ καὶ λόγου ἀποσβέσεως $\zeta = c/c_{cr} = c/2m\omega = c/2\sqrt{Km}$:

$$\ddot{x} + \omega^2 x + 2\zeta\omega\dot{x} = 0 \quad (47)$$

Ἐκ τῶν ἐξ. (46) καὶ (47) προκύπτει ὅτι ἡ ἀποσβεννυμένη ἰδιοταλάντωσις τοῦ πολυβαθμίου σχηματισμοῦ ἢ ἔχουσα ὡς ἀρχικὰς συνθήκας τὴν ρ ἐντεταγμένην ἰδιομορφήν εἶναι ταλάντωσις μονοβαθμίου σχηματισμοῦ ἰδιοσυχνότητος ω_p καὶ ποσοστοῦ ἀποσβέσεως:

$$\zeta_p = \frac{1}{2\omega_p m_i \Delta_{ip}} \sum_{j=1}^4 c_{ij} \Delta_{jp} \quad (48a)$$

$$[\Delta]^A [M] \{\ddot{y}\} = \begin{bmatrix} \Delta_{11}m_1 & \Delta_{21}m_2 & \Delta_{31}m_3 & \Delta_{41}m_4 \\ \Delta_{12}m_1 & \Delta_{22}m_2 & \Delta_{32}m_3 & \Delta_{42}m_4 \\ \Delta_{13}m_1 & \Delta_{23}m_2 & \Delta_{33}m_3 & \Delta_{43}m_4 \\ \Delta_{14}m_1 & \Delta_{24}m_2 & \Delta_{34}m_3 & \Delta_{44}m_4 \end{bmatrix}$$

εἶναι εὐλόγον πλέον νά εἰσαχθῆ ἡ σχέσις:

$$\{b\} = [\gamma] \{\psi\} \quad \text{ἢ} \quad \{\dot{b}\} = [\dot{\gamma}] \{\psi\} \quad \text{ἢ} \quad \{\ddot{b}\} = [\ddot{\gamma}] \{\psi\} \quad (55a, b, c)$$

ὅπου τὸ προσδιοριστέον διαγώνιον μητρῶν τῶν «δυναμικῶν συντελεστῶν» ἰσοῦται πρὸς:

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_4 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Ἡ ἐξίσωσις πλέον (53) καταλήγει εἰς τὴν κάτωθι μορφήν:

$$\{\ddot{\gamma}\} + [\omega^2] \{\gamma\} + [2\zeta\omega] \{\dot{\gamma}\} = -\ddot{y} \{I\} \quad (57)$$

ἐνθα $\{I\}$ εἶναι μονόστηλον μοναδιαῖον.

Ἡ ἐν χρόνῳ παραμόρφωσις $\{x\}$ βάσει τῶν ἐξ. (25) καὶ (55a) ἰσοῦται πρὸς:

$$\{x\} = [\Delta] \{b\} = [\Delta] [\gamma] \{\psi\} \quad (58)$$

ἢ

$$m_i \Delta_{ip} 2\zeta_p \omega_p = \sum_{j=1}^4 c_{ij} \Delta_{jp} \quad (48b)$$

Εἰσάγοντες τὸ διαγώνιον μητρῶν τοῦ ποσοστοῦ ἀποσβέσεως:

$$[2\zeta\omega] = \begin{bmatrix} 2\zeta_1\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_2\omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_3\omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\zeta_4\omega_4 \end{bmatrix} \quad (49)$$

ἢ ἐξ. (48b) δι' ὅλα τὰ $\rho = 1$ ἕως 4 γράφεται συνοπτικῶς:

$$[M] [\Delta] [2\zeta\omega] = [c] [\Delta] \quad (50)$$

Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἀριστερὰ ἐπὶ $[\Delta]^A$, λόγῳ τῆς ἐξ. (37) λαμβάνομεν τελικῶς [2]:

$$[\Delta]^A [c] [\Delta] = [2\zeta\omega] \quad (51)$$

5. Ἐπίλυσις τοῦ συστήματος τῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων

Ἐὰν θέσωμεν τὴν ἀνεξάρτητον μεταβλητὴν $\{x\}$ ἐκ τῆς ἐξ. (25), ὡς ἐπίσης τὴν πρώτην καὶ δευτέραν αὐτῆς παραγώγουσ εἰς τὴν ἐξ. (23) λαμβάνομεν:

$$[M] [\Delta] \{\ddot{b}\} + [K] [\Delta] \{b\} + [c] [\Delta] \{\dot{b}\} = -[M] \{\ddot{y}\} \quad (52)$$

Πολλαπλασιάζοντες ἀριστερὰ τὴν ἐξ. (52) ἐπὶ $[\Delta]^A$ λαμβάνομεν κατόπιν τῶν συνθηκῶν (37), (40) καὶ (51):

$$\{\ddot{b}\} + [\omega^2] \{b\} + [2\zeta\omega] \{\dot{b}\} = -[\Delta]^A [M] \{\ddot{y}\} \quad (53)$$

Τὸ γινόμενον τοῦ δεξιῦ μέλους τῆς ἐξ. (53) συνεπεῖα καὶ τῶν ἐξ. (24e) καὶ (25) ἰσοῦται πρὸς:

$$\begin{bmatrix} \ddot{y} \\ 0 \\ \ddot{y} \\ 0 \end{bmatrix} = \ddot{y} \begin{bmatrix} \Delta_{11}m_1 + \Delta_{31}m_3 \\ \Delta_{12}m_1 + \Delta_{32}m_3 \\ \Delta_{13}m_1 + \Delta_{33}m_3 \\ \Delta_{14}m_1 + \Delta_{34}m_3 \end{bmatrix} = \ddot{y} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{bmatrix} = \ddot{y} \{\psi\} \quad (54)$$

ἢ ἀναλυτικώτερον, ἢ ἀντιστοιχοῦσα παραμόρφωσις τῆς i μάζης δίδεται ὑπὸ τοῦ ἀθροίσματος:

$$x_i(t) = \sum_{\rho=1}^4 \Delta_{ip} \psi_\rho \gamma_\rho(t) = \sum_{\rho=1}^4 x_{ip}(t) \quad (59)$$

ἢ γενικώτερον:

$$\{x\} = \sum_{\rho=1}^4 \{x\}_\rho \quad (60)$$

ὅπου (βλ. ἐξ. (54)):

$$\psi_\rho = \Delta_{1\rho} m_1 + \Delta_{3\rho} m_3 \quad (61)$$

Αἱ ἐξισώσεις μορφῆς (57) παρέχουν σχετικὰς μετακινήσεις ($\gamma(t)$), ταχύτητας ($\dot{\gamma}(t)$) καὶ ὀλικὰς ἐπιταχύνσεις ($\ddot{\gamma}(t)$) διὰ τινά γνωστὴν εἰσοδον-χρόνικὴν συνάρτησιν τοῦ σεισμικοῦ κραδασμοῦ $\ddot{y}(t)$ (βλ. Σχ. 4), αἱ δὲ μέγισταί τιμαὶ αὐτῶν ($\max \gamma$, $\max \dot{\gamma}$), ἀποτελοῦν τὰς φασματικὰς τιμὰς μιᾶς δεδομένης σεισμικῆς δονήσεως. Τοιαύτας φασματικὰς τιμὰς δυνάμεθα νά ἔχωμεν πολλάς, ἀναλόγως τῆς ἰδιοσυχνότητος ω καὶ τοῦ χρησιμοποιουμένου λόγου ἀποσβέσεως ζ εἰς τὴν ἐξ. (57). Αἱ τιμαὶ αὗται παρεχόμεναι ὑπὸ μορφήν διαγραμμάτων ὡς πρὸς τὴν ἰδιοπερίοδον $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ὀνομάζονται, ὡς γνωστόν,

φάσματα άποκρίσεως σεισμού τινος. Τοιαύτα φάσματα άποκρίσεως διά μίαν περιβάλλουσαν έξωμοιωμένων σεισμών περιοχής Άθηνών μητρικού πετρώματος παρέχονται εις τά Σχ. 5, Σχ. 6 και Σχ. 7, βλ. [2] και [3].

Πρός προσδιορισμόν τής μεγίστης τιμής τής παραμορφώσεως $x_i(t)$ προτείνεται ή μ.τ. τιμή τών μεγίστων τιμών τών

$$\{ \Pi \} = \begin{bmatrix} Q_b(t) \\ M_b(t) \\ Q_a(t) \\ M_a(t) \end{bmatrix} = [K'] \{ x \} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ - h^2W}{h^3} (v - v_a) - \frac{6EJ}{h^2} (\theta + \theta_a) \\ -\frac{6EJ}{h^2} (v - v_a) + \frac{2EJ}{h} (2\theta + \theta_a) \\ -\frac{12EJ - h^2W}{h^3} (v - v_a) + \frac{6EJ}{h^2} (\theta + \theta_a) \\ -\frac{6EJ}{h^2} (v - v_a) + \frac{2EJ}{h} (\theta + 2\theta_a) \end{bmatrix} \quad (63)$$

όπου τά μητρώα $\{ \Pi \}$ και $[K']$ είναι τά αντίστοιχα μητρώα έντάσεως και άκαμψίας του κατακορύφου συνδέσμου. Σημειούται ή διαφορά μεταξύ τών μητρώων $[K]$, $[K']$ άναφερομένων εις όλόκληρον τόν σχηματισμόν και εις τόν κατακόρυφον σύνδεσμον αντίστοιχως. Η τελευταία έξ. (63) τή βοηθεία τής (60) γράφεται:

$$\{ \Pi \} = [K'] \sum_{\rho=1}^4 \{ x \}_\rho = \sum_{\rho=1}^4 [K'] \{ x \}_\rho = \sum_{\rho=1}^4 \{ \Pi \}_\rho \quad (64)$$

όπου τó μητρώον $\{ \Pi \}_\rho$ δηλοί τήν έντασιν του κατακορύφου συνδέσμου τής ιδεατής εκείνης καταστάσεως παραμορφώσεως αυτού, κατά τήν όποιαν όλοι αί παραμορφώσεις είναι συναρτήσεις τής αττής χρονικής μεταβλητής. Τήν ιδεατήν ατήν κατάστασιν καλούμεν «σεισμικήν συμπεριφοράν τής ρ ιδιομορφής» κατ' έπέκτασιν τής έννοίας τών κανονικών μορφής ταλαντώσεως τών πολυωρόφων σχηματισμών (βλ. [3]).

Τή βοηθεία τών έξ. (59), έξ. (60), έξ. (63) και έξ. (64), ή έντασιν τής ρ ιδιομορφής έν σεισμώ θά είναι:

$$\{ \Pi \}_\rho = [K'] \{ x \}_\rho = \begin{bmatrix} \frac{12EJ - h^2W}{h^3} (\Delta_{1\rho} - \Delta_{3\rho}) - \frac{6EJ}{h^2} (\Delta_{2\rho} + \Delta_{4\rho}) \\ -\frac{6EJ}{h^2} (\Delta_{1\rho} - \Delta_{3\rho}) + \frac{2EJ}{h} (2\Delta_{2\rho} + \Delta_{4\rho}) \\ -\frac{12EJ - h^2W}{h^3} (\Delta_{1\rho} - \Delta_{3\rho}) + \frac{6EJ}{h^2} (\Delta_{2\rho} + \Delta_{4\rho}) \\ -\frac{6EJ}{h^2} (\Delta_{1\rho} - \Delta_{3\rho}) + \frac{2EJ}{h} (\Delta_{2\rho} + 2\Delta_{4\rho}) \end{bmatrix} \quad \Psi_\rho \gamma_\rho(t) = \{ K'_\Delta \}_\rho \Psi_\rho \gamma_\rho(t) \quad (65)$$

Έκαστος όρος $\Pi_{i\rho}$ του άθροίσματος (64) τής i στάθμης, ήτοι ή έντασιν τής ρ ιδιομορφής είναι πλέον γνωστός έκ τής γενομένης ήδη άναπτύξεως και τής έξ. (65). Ούτω, έκάστη γραμμή i του μητρώου $\{ K'_\Delta \}_\rho$ είναι γνωστή, ως έπίσης και ό όρος Ψ_ρ (βλ. έξ (61)). Ο όρος $\gamma_\rho(t)$ παρέχεται ως λύσις τής έξ. (57), ως χρονική συνάρτησις. Έπομένως, έν προκειμένω έκ τών έξ. (64) και έξ. (65), ή έντασιν - χρονική συνάρτησις τής στάθμης i άποτελείται από ένα άθροισμα έκ τεσσάρων γνωστών ήδη χρονικών συναρτήσεων ήτοι:

$$\Pi_i(t) = K'_{\Delta_{i1}} \Psi_1 \gamma_1(t) + K'_{\Delta_{i2}} \Psi_2 \gamma_2(t) + K'_{\Delta_{i3}} \Psi_3 \gamma_3(t) + K'_{\Delta_{i4}} \Psi_4 \gamma_4(t) \quad (66)$$

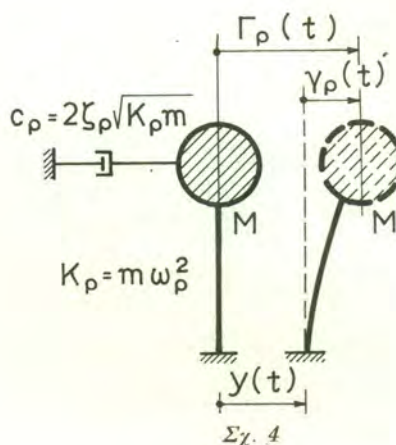
Ο προσδιορισμός τών όρων $K'_{\Delta_{i\rho}}$, και Ψ_ρ καθίσταται άπλοός τή βοηθεία ένός αριθμητικού ύπολογιστου μικρού σχετικώς μεγέθους.

Έάν περαιτέρω δέν ενδιαφερόμεθα διά τās χρονικές συναρτήσεις τής έντάσεως του σχηματισμού παρά μόνον διά τήν μεγίστην τιμήν έκάστης στάθμης i , προτείνεται και έδώ ή άνάλογος προς τήν έξ. (62) ως πλέον πιθανή τιμή:

όρων του άθροίσματος τής έξ. (59), ήτοι:

$$\max x_i(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (\Delta_{i\rho} \Psi_\rho \max \gamma_\rho(t))^2} \quad (62)$$

Διά τά έντατικά μεγέθη Q_a ή b και M_a ή b , τά όποία είναι συναρτήσεις του χρόνου t , ισχύει ή κάτωθι γνωστή σχέσις:



$$\max \Pi_i(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (K'_{\Delta_{i\rho}} \Psi_\rho \max \gamma_\rho(t))^2} \quad (67)$$

6. Αριθμητικά έφαρμογαι

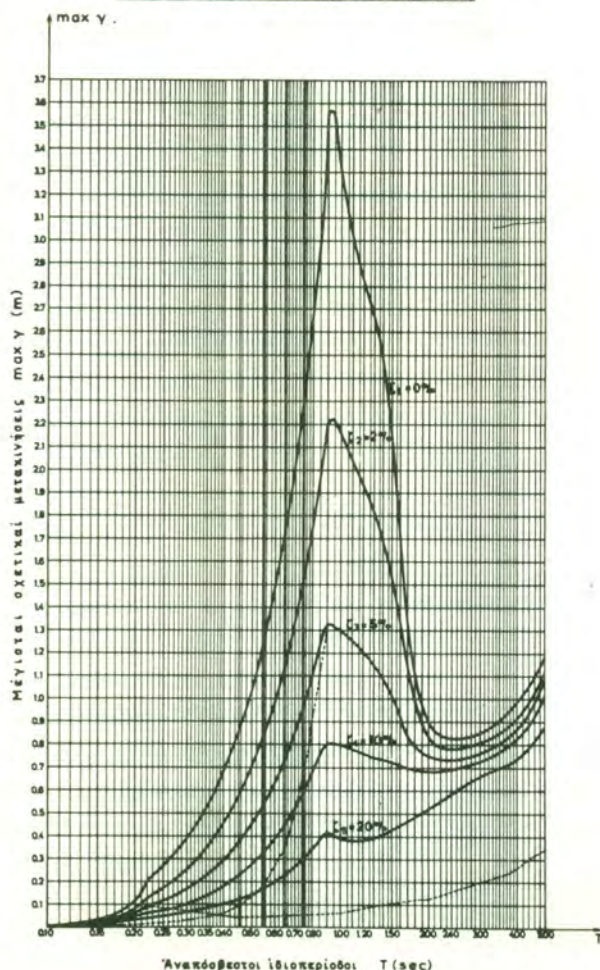
Διά νά προσδιορισθόν αί πιθανολογικώς μέγισται τιμαί τών χρονικών συναρτήσεων παραμορφώσεως και έντάσεως και μάλιστα διά τήν περιβάλλουσαν τών έξωμοιωμένων σεισμών περιοχής Άθηνών, πρέπει νά προσδιορισθόν ως τουτο άμέσως προκύπτει έκ τών έξ. (62) και (67) κατά σειράν τά κάτωθι μεγέθη:

6.1. Αί ιδιοπερίοδοι τ_ρ του σχηματισμού, παρεχόμεναι κατόπιν επίλυσεως ως προς ω_ρ^2 τής 4-βαθμίου έξ. (31), ($\tau_\rho = \frac{2\pi}{\omega_\rho}$)

6.2. Αί μέγισται τιμαί $\max \gamma_\rho(t)$, αί όποιαί είναι αί φασματικά και τιμαί - τεταγμένοι τών διαγραμμάτων του Σχ. 5, άντιστοιχούσαι εις τήν ως άνω προσδιορισθείσαν ήδη ιδιοπερίοδον τ_ρ (όριζόντιος άξων) και δεδομένην άπόσβεσιν ζ_ρ (ιδιαιτέρα καμπύλη).

**ΦΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΕΩΣ ΤΕΧΝΗΤΩΝ
ΣΕΙΣΜΩΝ ΜΗΤΡΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ**

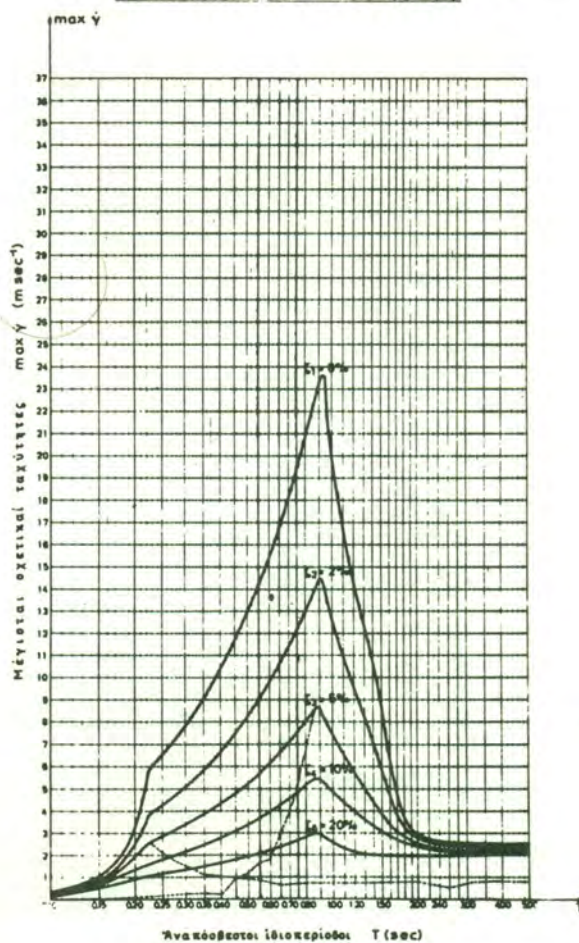
ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΔΑΦΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ = 0.01 m/sec²



Σχ. 5

**ΦΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΕΩΣ ΤΕΧΝΗΤΩΝ
ΣΕΙΣΜΩΝ ΜΗΤΡΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ**

ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΔΑΦΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ = 0.01 m/sec²



Σχ. 6

6.3. Αί τιμαί Δ_r και ψ_r και περαιτέρω τὰ γινόμενα $\Delta_r \psi_r$. Ταῦτα ὑπολογίζονται δι' ἐπιλύσεως τοῦ συστήματος (33), διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς τῶν ἐξ. (35) καὶ ἐξ. (61) ἀντιστοιχίας, πρὸς προσδιορισμὸν τῆς μεγίστης πιθανῆς παραμορφώσεως, προκύπτουσας ἐκ τῆς ἐξ. (62).

6.4. Τὰ γινόμενα $K'_{\Delta_r} \psi_r$ ἐκ τῆς ἐξ. (65) πρὸς προσδιορισμὸν τῆς μεγίστης πιθανῆς ἐντάσεως τοῦ σχηματισμοῦ.

Δεδομένων τῶν κατασκευαστικῶν στοιχείων ἑνὸς ὕδατοπύργου ὡς καὶ τῶν στοιχείων τοῦ ἐδάφους θεμελιώσεώς του, τὰ ὑπ' ἀρ. 6.1, 6.3, 6.4 μεγέθη προσδιορίζονται τῇ βοήθειᾳ ἀριθμητικοῦ ὑπολογιστοῦ, κατόπιν σχετικοῦ προγράμματος. Τὰ ὑπ' ἀρ. 6.2 μεγέθη προκύπτουν ἐκ τῶν ἰδιοπεριοδῶν καὶ τοῦ μεγέθους τῆς ἀναμενομένης εἰς ἐκάστην στάθμην ἐντάσεως. Ἐκ τῆς ἐντάσεως ταύτης προκύπτει ἡ ἀπόσβεσις, ἣτις θὰ ἀναπτυχθῇ καὶ ἄρα ἡ ἀντίστοιχος καμπύλη τοῦ Σχ. 5 ἐκ τῆς ὁποίας θὰ ἀναγνωσθοῦν τελικῶς αἱ τιμαὶ $\max \gamma_r(t)$. Ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τῆς παρουσίας ἢ παρουσίας τῶν σχέσεων ἀποσβέσεως - ἐπιπέδου τάσεων εἰς τμήματα καὶ ὑλικά κατασκευῶν βλ. [6]. Ὡς πρὸς τὸ ἔδαφος, ἢ μὴ γραμμικότης εἶναι σαφῶς ἐντονότερα τόσο ἀπὸ ἀπόψεως τῆς ἀκαμψίας τοῦ ἐδάφους ὅσον καὶ ἀποσβέσεως τὴν ὁποία ἐμφανίζει. Διὰ χρήσεως ἐν προκειμένῳ τῶν διαγραμμάτων καὶ πινάκων μεταξὺ ἀκαμψίας καὶ εἰδικῆς παραμορφώσεως ὡς ἐπίσης καὶ μεταξὺ ἀποσβέσεως καὶ εἰδικῆς παραμορφώσεως εἰς τὸ ἔδαφος βλ. [7], εἶναι δυνατόν τὸ ὑπ' ὄψιν θέμα νὰ λυθῇ καὶ οἶονε μὴ γραμμικῶς διὰ διαδοχικῶν ἐπιλύσεων. Οὕτως, ἐπιλέγομεν μίαν ἀπόσβεσιν καὶ ἀκαμψίαν τοῦ συστήματος καὶ συμφώνως πρὸς τὴν ὡς ἄνω μεθοδολογίαν, προσδιορίζομεν τὰς ἀναπτυσσομένας μεγίστας παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι, βάσει τῶν καμπυλῶν καὶ πινάκων τῶν ἐργασιῶν [6] καὶ [7], παρέχουν νέας τιμὰς ἀποσβέσεως καὶ

ἀκαμψίας, αἱ ὁποῖαι ἐν συνεχείᾳ συγκρίνονται ὡς πρὸς τὰς ἀρχικὰς ληφθεῖσας τιμὰς. Προχωροῦμεν κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἰς διαδοχικὰς ἐπιλύσεις, ἕως ὅτου ἡ διαφορὰ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν τιμῶν εἶναι ἐπιτρεπτή.

Διὰ τῆς παρουσίας μελέτης ἐπεχειρήθη νὰ διερευνηθοῦν οἱ διάφοροι παράγοντες, οἱ ὁποῖοι ἐπηρεάζουν τὴν συμπεριφορὰν ὑπερψωμένων ὕδατοπύργων. Ἐγένετο ἴδιον πρόγραμμα ἀριθμητικοῦ ὑπολογιστοῦ εἰς μηχανὴν Wang 2200 εἰς γλῶσσαν Basic, παρεχόμενον εἰς τὸ Σχ. 8. Συνολικῶς ἐμελετήθησαν 3072 περιπτώσεις διαφόρων ὕδατοπύργων, διὰ διαδοχικῆς ἀλλαγῆς ἐκάστης ἐκ τῶν κάτωθι παραμέτρων ἀνεξαρτητῶς τῶν λοιπῶν, ἦτοι:

6.5. Διάφοροι μᾶζαι κεφαλῆς m ἀπὸ 10 ἕως 100 $tm^{-1} sec^2$.

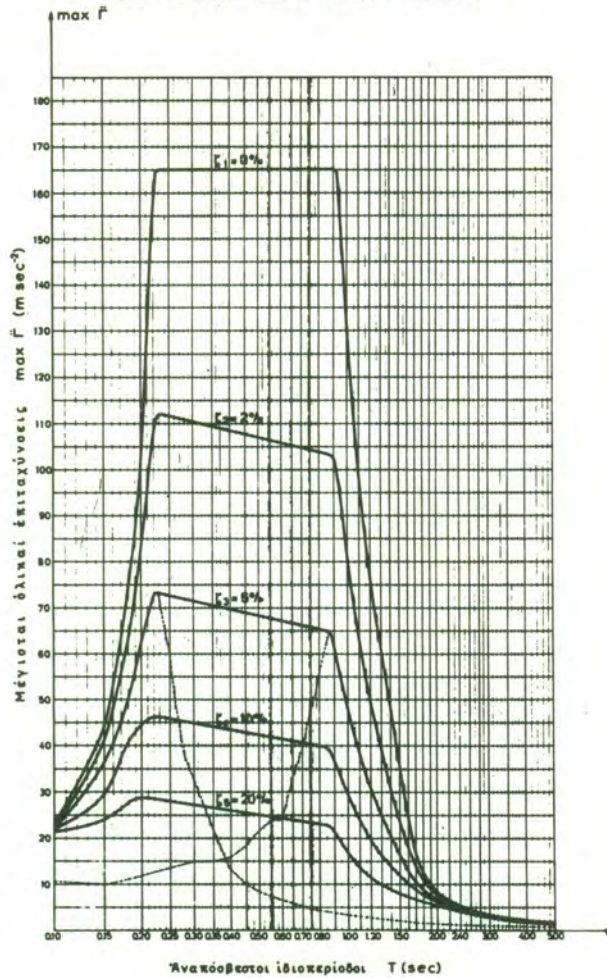
6.6. Μαζικαὶ ροπαὶ ἀδρανείας αὐτῶν J_m ἀπὸ 1000 ἕως 12000 $tmsec^2$. Ἐδῶ πρέπει νὰ τοισθῇ, ὅτι ἡ μαζικὴ ροπή ἀδρανείας δὲν πρέπει νὰ ληφθῇ ἐν ἀναλογίᾳ πρὸς τὴν μᾶζαν κεφαλῆς, διότι ἔναντι ὀριζοντίου μετακινήσεως τὸ ὕδωρ προβάλλει ἀδρανείαν, δὲν συμβαίνει ὁμοῦ τὸ αὐτὸ μὲ τὴν περίπτωσιν περιστροφῆς τοῦ σταθερῶς συνδεδεμένου μὲ τὸν στύλον περιβλήματός του.

6.7. Συνολικὰ ὕψη H ἀπὸ 10 ἕως 100m.

6.8. Ροπαὶ ἀδρανείας J τῆς διατομῆς τοῦ κατακορύφου στύλου ἢ ἰσοδύναμος ροπή ἀδρανείας εἰς περίπτωσιν περισσοτέρων στύλων ἀπὸ 10 ἕως 100 m^4 .

6.9. Τρεῖς ποιότητες τοῦ ἐδάφους θεμελιώσεως χαρακτηριζόμενα ὡς μαλακόν:

ΦΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΕΩΣ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΣΕΙΣΜΩΝ ΜΗΤΡΙΚΟΥ ΠΕΤΡΩΜΑΤΟΣ
ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΔΑΦΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ • 0,81 m/sec²



Σχ. 7

$C_h = 1000 \text{ tm}^{-3}$, $C_v = 3000 \text{ tm}^{-3}$, μέσον: $C_h = 2000 \text{ tm}^{-3}$, $C_v = 6000 \text{ tm}^{-3}$ και σκληρόν: $C_h = 6000 \text{ tm}^{-3}$, $C_v = 18000 \text{ tm}^{-3}$, συμβολίζονται δὲ ἀντιστοιχῶς I, II, III.

6.10. Ἐπιφάνεια θεμελίου ἀπὸ 25 ἕως 250 m².

Αἱ ὑπόλοιποι παράμετροι ἐλήφθησαν συμφώνως πρὸς τὰς κάτωθι προσεγγιστικὰς κατὰ τὸ πλεῖστον παραδοχὰς ἀντιστοιχῶς:

6.11. Ροπή ἀδρανείας ὀριζώντιου ἐπιφανείας θεμελίου ὡς πρὸς ὀριζώντιον κεντροβαρικὸν ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον ταλαντώσεως $J_a = \frac{A^2}{4\pi} (\text{m}^4)$.

6.12. Μᾶζα θεμελίου:

$$m_a = A \left(0,8 + \frac{VA}{12} \right) \cdot 0,24 (\text{tm}^{-1} \text{sec}^2).$$

6.13. Μαζικὴ ροπή ἀδρανείας θεμελίου: $J_{m_a} = J_a m_a / A$ (tm sec²).

	$\rho = 1$	$\rho = 2$	$\rho = 3$	$\rho = 4$		
$[\Delta] =$	$i = 1$	0,13136	0,22566	0,16486	- 0,06812	$(t^{-1/2} \text{ m}^{1/2} \text{ sec}^{-1})$
	$i = 2$	- 0,01413	0,02191	- 0,01773	0,00243	$(t^{-1/2} \text{ m}^{-1/2} \text{ sec}^{-1})$
	$i = 3$	0,26273	0,00799	- 0,18912	0,00754	$(t^{-1/2} \text{ m}^{1/2} \text{ sec}^{-1})$
	$i = 4$	- 0,01259	0,02159	0,06466	0,20371	$(t^{-1/2} \text{ m}^{-1/2} \text{ sec}^{-1})$

(68)

Δι' ἐκάστην ἐκ τῶν ὡς ἄνω 3072 περιπτώσεων προσδιωρίσθησαν τὰ ἐξῆς μεγέθη:

6.14. Αἱ περίοδοι $(T_p = \frac{2\pi}{\Omega_p})$ αἱ προκύπτουσαι δι' ἐφαρμογῆς τῶν σχέσεων 3a', 3b', 3c', 3d' ἀντιστοιχοῦσαι εἰς ἀμφίπακτον καὶ μονόπακτον στύλον ἄνω ἢ κάτω, βλ. Σχ. 2.

6.15. Αἱ ἰδιοπερίοδοι τ_p ἐξ ἐπιλύσεως τῆς ἐξ. (31) καὶ οἱ τέσσαρες λόγοι τῶν περιόδων τούτων $R_p = \frac{\tau_p}{T_p}$

6.16. Αἱ τιμαὶ Δ_{ip} , ψ_p τὰς ὁποίας καλοῦμεν συναρτήσεις παραμορφώσεως διὰ $i = 1$ ἕως 4 καὶ $\rho = 1$ ἕως 4 καὶ

6.17. Αἱ τιμαὶ $K'_{\Delta_{ip}}$, ψ_p τὰς ὁποίας καλοῦμεν συναρτήσεις ἐντάσεως διὰ $i = 1$ ἕως 4 καὶ $\rho = 1$ ἕως 4.

Εἰς τὰ κατωτέρω διαγράμματα μόνον ὀλίγα τινὰ ἐκ τῆς γενομένης διερευνήσεως εἶναι δυνατόν νὰ παρουσιασθοῦν, λόγω ἐλλείψεως χώρου.

7. Ἡ ἐκ σεισμοῦ μεγίστη παραμόρφωσις καὶ ἐντασις τοῦ σχηματισμοῦ

Διὰ νὰ καταδειχθῇ τὸ εὐχρηστον τοῦ γενομένου προγράμματος καὶ τῆς μεθοδολογίας, παραθέτομεν τὰς περιπτώσεις ὑπολογισμοῦ τῆς παραμορφώσεως καὶ ἐντάσεως τεσσάρων ὑδατοπύργων.

7.1. Ἄκαμπτος ὑδατόπυργος, μέσον ἔδαφος θεμελιώσεως.

Αἱ διατομαὶ καὶ τὰ λοιπὰ χαρακτηριστικὰ ἔχουν ὡς ἐξῆς:

Ὑψος ὑδατοπύργου $h = 10\text{m}$, Ροπή ἀδρανείας κατακορύφου συνδέσμου $J = 100 \text{ m}^4$, Μᾶζα κεφαλῆς $m = 10 \text{ tm}^{-1} \text{ sec}^2$, Ἐπιφάνεια θεμελίου $A = 30 \text{ m}^2$.

Δείκται ἐδάφους (Bettungsziffer), ὀριζώντιος $C_h = 2000 \text{ tm}^{-3}$, κατακόρυφος $C_v = 6000 \text{ tm}^{-3}$.

Ὑπολογίζονται κατὰ παραδοχὴν κυκλικοῦ θεμελίου:

Ροπή ἀδρανείας τῆς ἐπιφανείας τοῦ θεμελίου $J_a = 71,61 \text{ m}^4$, Μᾶζα θεμελίου $m_a = 9,04 \text{ tm}^{-1} \text{ sec}^2$, Μαζικὴ ροπή ἀδρανείας τοῦ θεμελίου $J_{m_a} = 21,59 \text{ tmsec}^2$. Ἐνταῦθα διακρίνομεν δύο περιπτώσεις ὑδατοπύργων μὲ τὰ αὐτὰ ὡς ἄνω χαρακτηριστικὰ ἀλλὰ:

7.1.1. Περίπτωσης ἀκάμπτου ὑδατοπύργου σχετικῶς μικρᾶς μαζικῆς ροπῆς ἀδρανείας κεφαλῆς $J_m = 1000 \text{ tmsec}^2$.

Τὰ ἀποτελέσματα ἐκ τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ὑπολογιστοῦ εἶναι τὰ κάτωθι:

α. Ἴδιοπερίοδοι: $\tau_1 = 0,0961 \text{ sec}$, $\tau_2 = 0,4378 \text{ sec}$, $\tau_3 = 0,0147 \text{ sec}$, $\tau_4 = 0,0030 \text{ sec}$. (Αἱ μικραὶ τιμαὶ τῶν ἰδιοπεριόδων ἀνεμνόντο λόγω τοῦ ἀκάμπτου τοῦ ὑδατοπύργου).

β. Διὰ περίπτωσιν μιᾶς μόνον ἐλευθερίας κινήσεως αἱ ἀντιστοιχοὶ περίοδοι (βλ. Σχ. 2, σχέσεις 3a', 3b', 3c' καὶ 3d') εἶναι $T_1 = 0,0125 \text{ sec}$, $T_2 = 0,0216 \text{ sec}$, $T_3 = 0,0117 \text{ sec}$, $T_4 = 0,0031 \text{ sec}$.

γ. Ἐντεταγμένα κανονικὰ μορφαί:

LOREM PROGRAM FOR ASEISMIC CYNAMIC DESIGN OF ELEVATED WATER TOWERS BY P.G.CARYDIS NATL TECHN UNIVERSITY
ATHENS,GREECE SEPT/74

20REM EVALUATES PROBABLE MAXIMUM DYNAMIC RESPONSE,SHEARS,MOMENTS

30DIM H(4),J(4),M1(4),M2(4),M3(4),M4(4),J1(4),C1(4),C2(4),K(4,4),M(4,4),A(4,4),S(4,4),C(4),B(4,4),Q(4),Q
1(4,4),D(4,4),K1(4,4),G(4),O(4),Y(4),P1(4)

40REM Y=OMEANS PRINTING ONLY EIGENPERIODS,DEFORMATION AND FORCING FUNCTIONS

50REM Y=IMEANS PRINTING EIGEN(PERIODS,VECTORS)DEFORMATION FUNCTIONS, FORCING FUNCTIONS,CHECKINGS(D'*M*D=
I,D'*K*D=OMEGA**2 AND ACCESS FOR RESPONSE AND LOADING

60Y=1:N=4:G=9.81

70FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:M(I,L)=0:NEXT L:NEXT I

80INPUT "HEIGHT, TOP MASS, MASS MOM OF INERT", H, M(1,1), M(2,2): INPUT "INERT OF COLUMN", Z: E=2.1*1016

90INPUT "FOUND AREA, GROUND CH, CV", A, H1, H2: M(3,3)=A*(.8+SQR(A)/12)*.24: J1=A!2/(4*#PI)

100M(4,4)=J1*M(3,3)/A: Q(1)=12*E*Z/(M(1,1)*H!3)-G/H: Q(2)=4*E*Z/(M(2,2)*H)

110Q(3)=12*E*Z/(M(3,3)*H!3)-G*M(1,1)/(H*M(3,3))+H1*A/M(3,3): Q(4)=4*E*Z/(M(4,4)*H)+H2*J1/M(4,4)

120K(1,1)=Q(1)*M(1,1): K(1,2)=-6*E*Z/(H!2): K(1,3)=-K(1,1): K(1,4)=K(1,2): K(2,1)=K(1,2): K(2,2)=Q(2)*M(2,2)

130K(2,3)=-K(1,4): K(2,4)=K(2,2)/2: K(3,1)=-K(1,1): K(3,2)=-K(2,1): K(3,3)=Q(3)*M(3,3)

140K(3,4)=K(3,2): K(4,1)=K(2,1): K(4,2)=K(2,4): K(4,3)=K(3,2): K(4,4)=Q(4)*M(4,4)

150FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:A(I,L)=M(I,L):NEXT L:NEXT I:GOSUB 400:FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:B(I,L)=A(I,L):N
EXT L:NEXT I:FOR I=1TO N:B(I,I)=1/SQR(B(I,I)):NEXT I

160FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:A(I,L)=S(I,L):NEXT L:NEXT I:GOSUB 360:FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:S(I,L)=A(I,L)

170NEXT L:NEXT I:FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:A(I,L)=S(L,I):B(I,L)=K(I,L):NEXT L:NEXT I:GOSUB 360:FOR I=1TO N
:FOR L=1TO N:B(I,L)=S(I,L):NEXT L:NEXT I:GOSUB 360:GOSUB 400:FOR I=1TO N

180FOR L=1TO N:Q1(I,L)=A(I,L):A(I,L)=B(I,L):S(I,L)=S(I,L):NEXT L:NEXT I:GOSUB 360

190SELECT PRINT 211(100):PRINT:PRINTUSING 320,H;Z;M(1,1);M(2,2);M(3,3);M(4,4);J1

200PRINTUSING 330,H1;H2;A:FOR I=1TO N:PRINTUSING 340,I;2*#PI/SQR(Q(I));:NEXT I:PRINT

210FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:D(I,L)=A(I,L):NEXT L:NEXT I

220PRINT "RATIOS EIG/PER":FOR I=1TO 4:PRINTUSING 350,I;SQR(Q(I)/Q1(I,I));:NEXT I:PRINT

230PRINT "EIGENPERIODS":FOR I=1TO N:PRINTUSING 340,I;2*#PI/SQR(Q1(I,I));:NEXT I:PRINT

240FOR L=1TO N:C(L)=D(1,L)*M(1,1)+D(3,L)*M(3,3):NEXT L:PRINT "DEFORMATION FUNCTION X, TH, XA, THA"

250FOR I=1TO N:FOR L=1TO N:PRINT D(I,L)*C(L),:NEXT L:PRINT :NEXT I:FOR I=1TO N:P1(I)=C(I):NEXT I

260PRINT "FORCING FUNCTION Q,M,QA,MA":FOR L=1TO N:K1(1,L)=(K(1,1)*(D(1,L)-D(3,L))+K(1,2)*(D(2,L)+D(4,L))
) *C(L):NEXT L:FOR L=1TO N:PRINT K1(1,L),:NEXT L:PRINT :FOR L=1TO N

270K1(2,L)=(K(2,1)*(D(1,L)-D(3,L))+K(2,4)*(2*D(2,L)+D(4,L))) *C(L):NEXT L:FOR L=1TO N:PRINT K1(2,L),

280NEXT L:PRINT :FOR L=1TO N:K1(3,L)=(-K(1,1)*(D(1,L)-D(3,L))+K(3,4)*(D(2,L)+D(4,L))) *C(L):NEXT L

290FOR L=1TO N:PRINT K1(3,L),:NEXT L:PRINT

300FOR L=1TO N:K1(4,L)=(K(4,1)*(D(1,L)-D(3,L))+K(4,2)*(D(2,L)+2*D(4,L))) *C(L):NEXT L

310FOR L=1TO N:PRINT K1(4,L),:NEXT L:PRINT :IF Y=1THEN 570:GOTO 70:END

320ZH=#### J=#### M=#### JM=##### MA=####.##JMA=#####.##JA=#####.##

330ZC1=##### C2=##### A=#####M**

340Z T#=#.#.#.#

350Z R#=#.#.#.#

CONTINUATION OF THE PROGRAM

P A G E - 2 -

360REM SUBROUTINE MATRIX MULT..A*B=A

370REM INPUT A ANDB,OUTPUT..A

380S=0:FOR I=1TO N:FOR J=1TO N:FOR K=1TO N:S=S+A(I,K)*B(K,J):NEXT K:C(J)=S:S=0:NEXT J

390FOR J=1TO N:A(I,J)=C(J):NEXT J:NEXT I:RETURN

400REM SUBROUTINE EIGEN..S'*A*S=A

410REM INPUT ..A,OUTPUT..S,..A S=EIGENVECTORS

420REM A=EIGENVALUES

430R=.00001:FOR I=1TO N:FOR J=1TO N:S(I,J)=0:NEXT J:NEXT I:FOR I=1TO N:S(I,I)=1:NEXT I:I1=0:I2=0

440FOR I=2TO N:FOR J=1TO I-1:I1=I1+2*A(I,J)!2:NEXT J:NEXT I:N1=SQR(I1):N2=(R/N)*N1:T=N1

450 T=T/N

```

460 FOR Q=2 TO N:FOR P=1 TO Q-1
470 IF ABS(A(P,Q)) [=T THEN 550: I2=1: V1=A(P,P): V2=A(P,Q): V3=A(Q,Q): M1=(V1-V3)*.5: IF M1[] 0 THEN 490
480 W=-1: GOTO 500
490 W=-SGN(M1)*V2/SQR(V2!2+M1!2)
500 T1=W/SQR(2*(1+SQR(1-W/2))): T2=T1!2
510 C1=SQR(1-T2): C2=C1!2: T3=T1*C1: FOR I=1 TO N: I1=A(I,P)*C1-A(I,Q)*T1: A(I,Q)=A(I,P)*T1+A(I,Q)*C1
520 A(I,P)=I1: I1=S(I,P)*C1-S(I,Q)*T1: S(I,Q)=S(I,P)*T1+S(I,Q)*C1: S(I,P)=I1: NEXT I: FOR I=1 TO N
530 A(P,I)=A(I,P): A(Q,I)=A(I,Q): NEXT I: A(P,P)=V1*C2+V3*T2-2*V2*T3: A(Q,Q)=V1*T2+V3*C2+2*V2*T3
540 A(P,Q)=(V1-V3)*T3+V2*(C2-T2): A(Q,P)=A(P,Q)
550 NEXT P: NEXT Q: IF I2[] 1 THEN 560: I2=0: GOTO 460
560 IF T]N2 THEN 450: RETURN
570 REM CHECKING SUBROUTINE
580 FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: A(I,L)=D(L,I): NEXT L: NEXT I: FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: B(I,L)=M(I,L)
590 NEXT L: NEXT I: GOSUB 360: FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: B(I,L)=D(I,L): NEXT L: NEXT I: GOSUB 360
600 PRINT "CHECKING D'*M*D=I": FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: PRINT A(I,L),: NEXT L: PRINT : NEXT I: PRINT
610 FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: A(I,L)=D(L,I): NEXT L: NEXT I: FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: B(I,L)=K(I,L)
620 NEXT L: NEXT I: GOSUB 360: FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: B(I,L)=D(I,L): NEXT L: NEXT I: GOSUB 360
630 PRINT "CHECKING D'*K*D=OM**2": FOR I=1 TO N: FOR L=1 TO N: PRINT A(I,L),: NEXT L: PRINT : NEXT I: PRINT
640 PRINT "NORMAL MODES OR EIGENVECTORS"
650 FOR I=1 TO 4: FOR L=1 TO 4: PRINT D(I,L),: NEXT L: PRINT : NEXT I: PRINT
660 REM EVALUATION OF MAXIMUM DYNAMIC RESPONSE AND LOADING
670 INPUT "EVALUATION OF RESPONSE 1=YES,0=NO",O: IF O=0 THEN 70
680 INPUT "VALUES OF RESPONSE AMPLITUDE SPECTRA,G1,G2,G3,G4(')",G(1),G(2),G(3),G(4)
690 PRINT "VALUES OF RESP-AMPLSPECTRA G1=";G(1);'m';"G2=";G(2);'m';"G3=";G(3);'m';"G4=";G(4);'m'
700 PRINT "MAXIMUM PROBABLE RESPONSE": PRINT : FOR I=1 TO 4: Y(I)=0: O(I)=0: NEXT I: FOR I=1 TO 4: FOR L=1 TO 4
710 Y(I)=Y(I)+(G(L)*D(I,L)*P1(L))!2: NEXT L: NEXT I: FOR I=1 TO 4: FOR L=1 TO 4: O(I)=O(I)+(G(L)*K1(I,L))!2
720 NEXT L: NEXT I: PRINT "Y=";SQR(Y(1));'m',"TH=";SQR(Y(2));'rad'
730 PRINT "Y=";'a';SQR(Y(3));'m',"TH=";'a';SQR(Y(4));'rad': PRINT
740 PRINT "MAXIMUM PROBABLE SHEARS AND MOMENTS": PRINT : PRINT "Q=";SQR(O(1));'t',"M=";SQR(O(2));'tm'
750 PRINT "Q=";'a';SQR(O(3));'t',"M=";'a';SQR(O(4));'tm': PRINT
760 GOTO 70

```

Σχ. 8 (συνέχεια)

Γραφική απεικόνισις τῶν κανονικῶν τούτων μορφῶν παρουσιάζεται εἰς τὸ Σχ. 13.

δ. Συντελεσταὶ συμμετοχῆς $\psi_p = \Delta_{1p} m_1 + \Delta_{3p} m_3$:

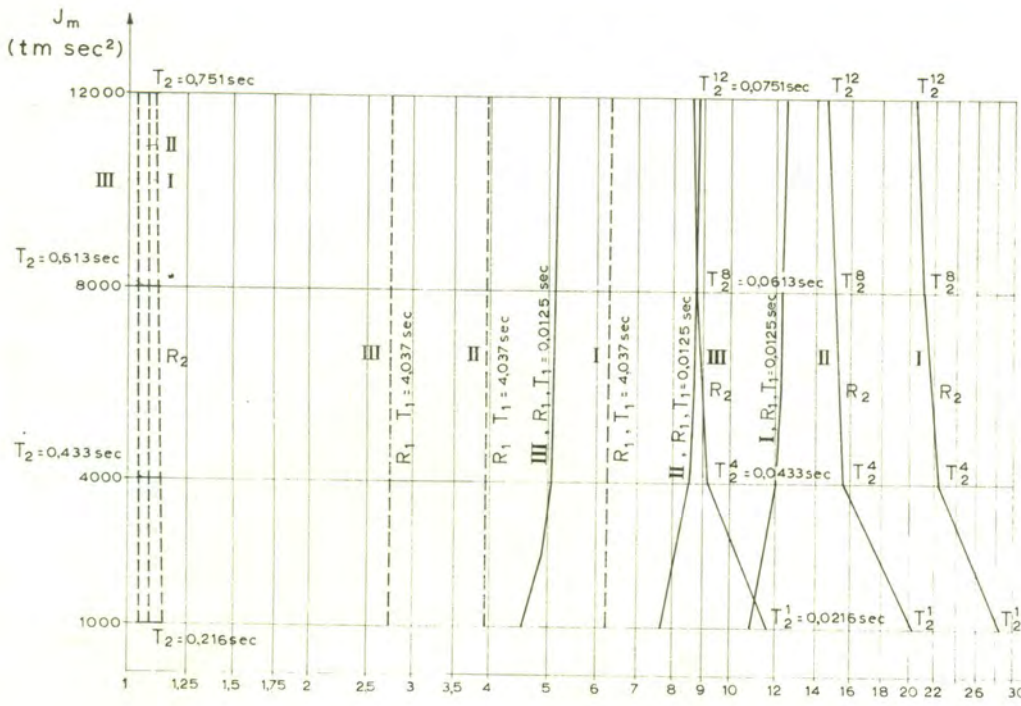
$$\{\psi\} = \begin{bmatrix} 3,6903 \\ 2,3289 \\ -0,0622 \\ 0,0010 \end{bmatrix} (t^{1/2} m^{-1/2} \text{ sec}) \quad (69)$$

ε. Συναρτήσεις παραμορφώσεως $\Delta_{ip} \psi_p$:

$$[\Delta_{ip} \psi_p] = \begin{bmatrix} 0,4847435 & 0,5255548 & -0,0102573 & -0,0000710 \\ -0,0521364 & 0,051031 & 0,0011032 & 0,0000025 \\ 0,9695426 & 0,0186123 & 0,0117665 & 0,0000786 \\ -0,0464605 & 0,0502715 & -0,0040232 & 0,0002122 \end{bmatrix} \begin{matrix} (m^{-1}) \\ (m^{-1}) \end{matrix} \quad (70)$$

στ. Συναρτήσεις ἐντάσεως $K'_{\Delta_{ip} \psi_p}$:

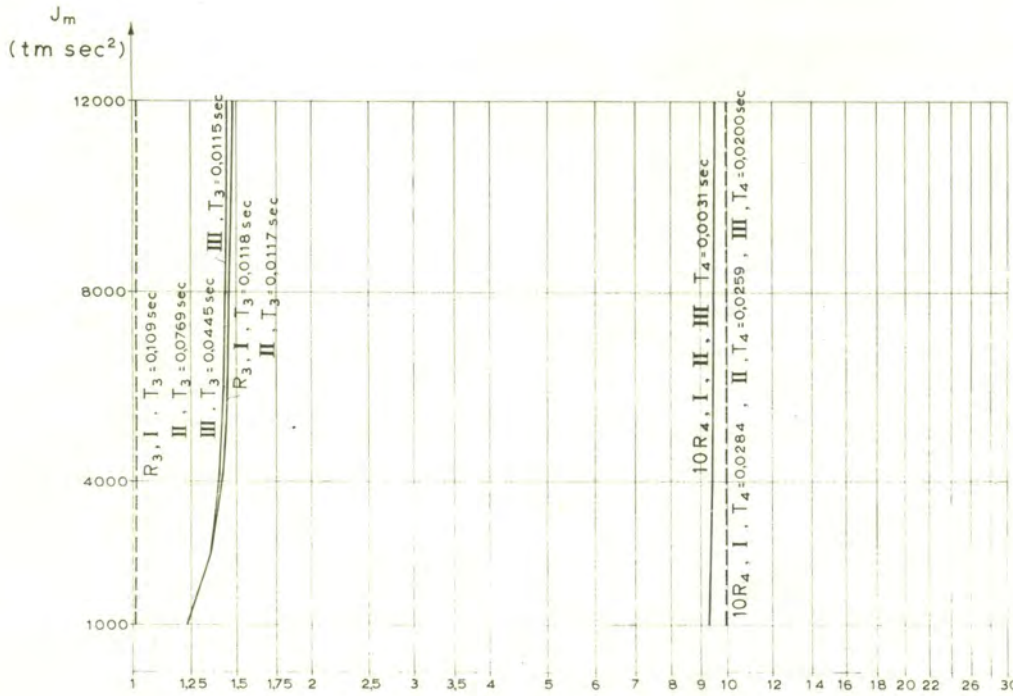
$$[K'_{\Delta_{ip} \psi_p}] = \begin{bmatrix} 20707,445 & 1082,365 & -18707,032 & -3082,778 \\ -222705,827 & 10505,463 & 201189,894 & 11010,470 \\ -20707,445 & -1082,365 & 18707,032 & 3082,778 \\ 15678,933 & -21378,840 & -14117,415 & 19817,322 \end{bmatrix} \begin{matrix} (tm^{-1}) \\ (t) \\ (tm^{-1}) \\ (t) \end{matrix} \quad (71)$$



$$R_i = \frac{\tau_i (\text{ιδιοπερ.})}{T_i (\text{έξ. 3α', 3β'})}$$

- άκαμπος
- h = 10 m
- m = 10 tm⁻¹ sec²
- J = 100 m⁴
- A = 30 m²
- - - εϋκαμπος
- h = 100 m
- m = 100 tm⁻¹ sec²
- J = 10 m⁴
- A = 30 m²

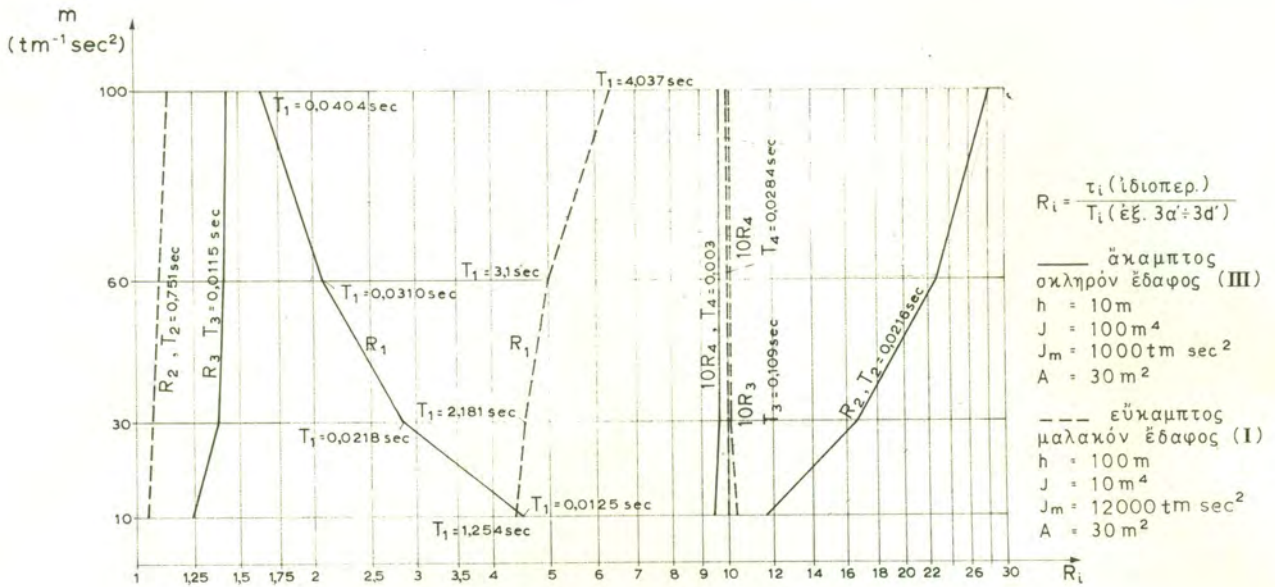
Σχ. 9: Έπιρροή της μαζικής ροπής αδρανείας κεφαλής εις ω₁, ω₂



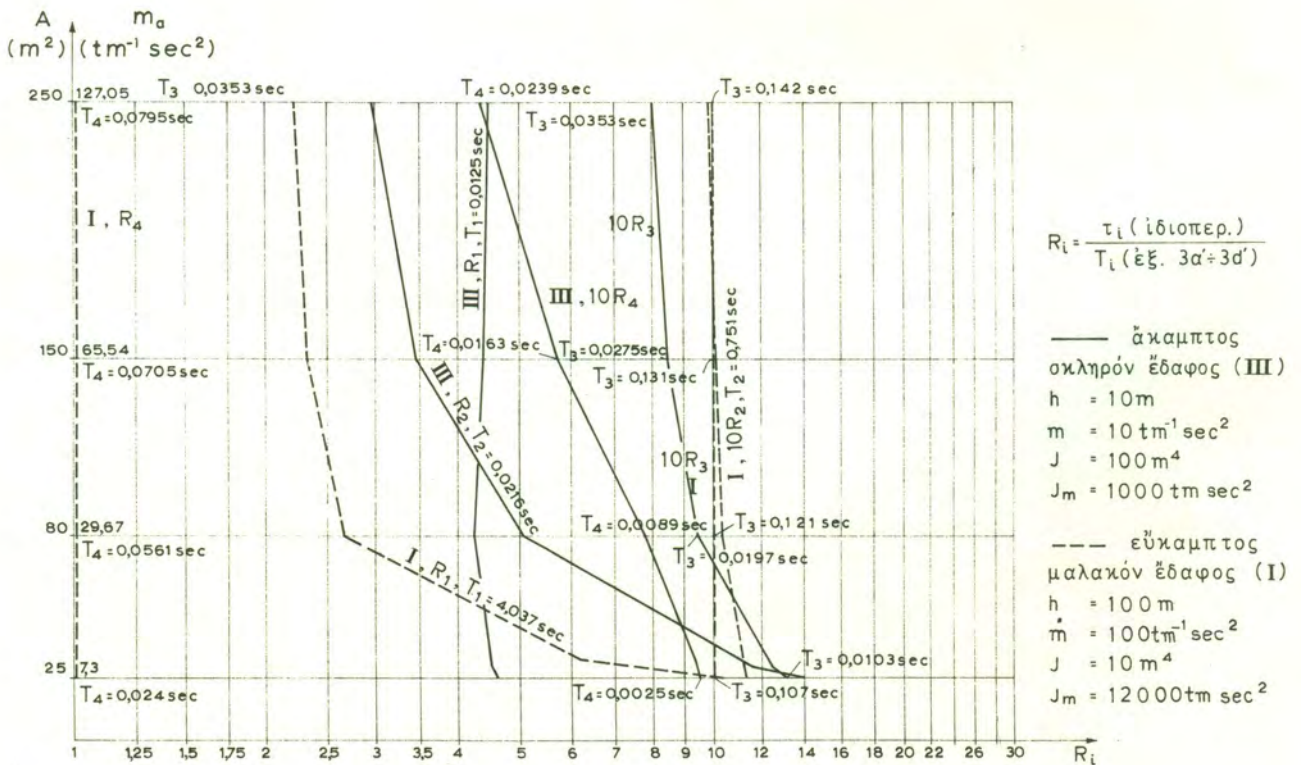
$$R_i = \frac{\tau_i (\text{ιδιοπερ.})}{T_i (\text{έξ. 3α', 3δ'})}$$

- άκαμπος
- h = 10 m
- m = 10 tm⁻¹ sec²
- J = 100 m⁴
- A = 30 m²
- - - εϋκαμπος
- h = 100 m
- m = 100 tm⁻¹ sec²
- J = 10 m⁴
- A = 30 m²

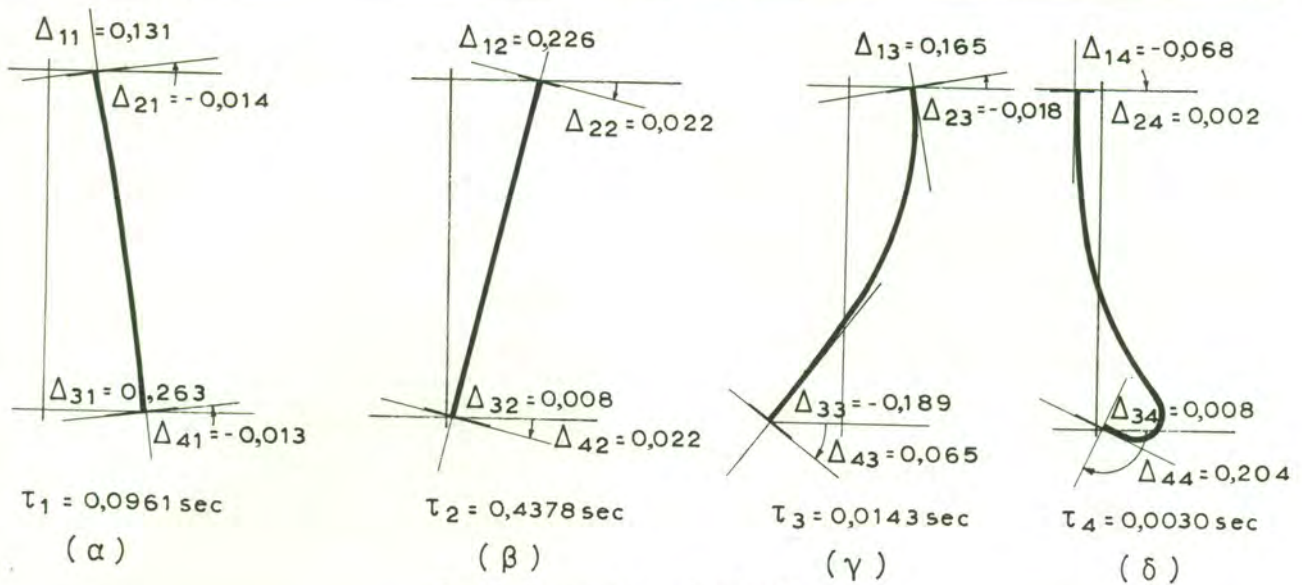
Σχ. 10: Έπιρροή της μαζικής ροπής αδρανείας κεφαλής εις ω₃, ω₄



Σχ. 11: Έπιρροή της μάζης κεφαλής.



Σχ. 12: Έπιρροή της επιφανείας ή μάζης του θεμελίου.



Σχ. 13: Κανονικά μορφά ταλαντώσεως.

Επιλεγόμεν λόγους αποσβέσεως, βλ. [4], [6], [7]: $\zeta_1 = 5\%$, $\zeta_2 = 2\%$, $\zeta_3 = 20\%$, $\zeta_4 = 10\%$. Διά μεγίστην εδαφικήν επιτάχυνσιν $\max \ddot{x} = 1 \text{ msec}^{-2}$ ($\varepsilon' = 0,1$), εκ των αντίστοιχων πρὸς τὰς ὡς ἄνω ἀποσβέσεις καμπυλῶν τοῦ Σχ. 5, καὶ διὰ τὰς τέσσαρας ἰδιοπεριόδους ἔχομεν ἀντιστοιχῶς:

$$\max \gamma_1(t) = 0, \max \gamma_2(t) = 0,053 \text{ (m)}, \max \gamma_3(t) = \max \gamma_4(t) = 0.$$

Ἄρα ἡ μεγίστη πιθανὴ παραμόρφωσις τοῦ σχηματισμοῦ θά εἶναι:

$$\begin{aligned} \max x_1(t) = \max v(t) &= \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (\Delta_{1\rho} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = \\ &= 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max x_2(t) = \max \theta(t) &= \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (\Delta_{2\rho} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = \\ &= 2,70 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max x_3(t) = \max v_a(t) &= \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (\Delta_{3\rho} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = \\ &= 9,86 \cdot 10^{-4} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max x_4(t) = \max \theta_a(t) &= \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (\Delta_{4\rho} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = \\ &= 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} \end{aligned}$$

Καὶ ἡ μεγίστη πιθανὴ ἔντασις τοῦ κατακορύφου συνδέσμου θά εἶναι:

$$\max Q_b(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (K'_{\Delta_{1\rho}} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = 57,37 \text{ t}$$

$$\max M_b(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (K'_{\Delta_{2\rho}} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = 556,79 \text{ tm}$$

$$\max Q_a(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (K'_{\Delta_{3\rho}} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = 57,37 \text{ t}$$

$$\max M_a(t) = \sqrt{\sum_{\rho=1}^4 (K'_{\Delta_{4\rho}} \psi_{\rho} \max \gamma_{\rho}(t))^2} = 1133,08 \text{ tm}$$

7.1.2. Περίπτωσις ἀκάμπτου ὕδατοπύργου σχετικῶς μεγάλῃς μαζικῆς ροπῆς ἀδρανείας κεφαλῆς $J_m = 12000 \text{ tm sec}^2$.

Ἐδῶ θὰ ἐμφανίσωμεν τὰ ἀποτελέσματα ἐκ τοῦ ὑπολογιστοῦ, ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα κυρίως μᾶς ἐνδιαφέρουν.

α) Ἴδιοπεριόδοι: $\tau_1 = 0,1110 \text{ sec}$, $\tau_2 = 1,1055 \text{ sec}$,
 $\tau_3 = 0,0174 \text{ sec}$, $\tau_4 = 0,0030 \text{ sec}$.

Οὐδὲν ἕτερον στοιχεῖον χρειάζεται πλέον, διότι διὰ τοῦ συμπληρωματικοῦ προγράμματος, τὸ ὁποῖον ἀρχίζει ἀπὸ τὴν ἐντολὴν 660 τοῦ Σχ. 8, προσδιορίζονται διὰ τῆς ὡς ἄνω περιγραφείσης μεθοδολογίας αἱ μέγιστα πιθαναὶ παραμορφώσεις καὶ ἡ μεγίστη πιθανὴ ἔντασις τοῦ κατακορύφου συνδέσμου, ἀφοῦ βεβαίως δοθοῦν αἱ φασματικαὶ τιμαί, $\max \gamma_{\rho}(t)$.

Διὰ τὰς αὐτὰς ἀποσβέσεις καὶ τὴν αὐτὴν μεγίστην εδαφικήν επιτάχυνσιν τῆς προηγουμένης περιπτώσεως, ἐκ τῶν ἀντιστοιχῶν καμπυλῶν τοῦ Σχ. 5, καὶ διὰ τὰς τέσσαρας ἰδιοπεριόδους λαμβάνομεν τὰς κάτωθι φασματικὰς τιμὰς:

$$\max \gamma_1(t) = 0, \max \gamma_2(t) = 0,205 \text{ (m)}, \max \gamma_3(t) = \max \gamma_4(t) = 0$$

Ἐν συνεχείᾳ ἀφοῦ εἰσαχθοῦν αἱ ὡς ἄνω φασματικαὶ τιμαὶ εἰς τὸν ὑπολογιστὴν, λαμβάνομεν εἰς τὴν ἐξοδὸν αὐτοῦ, διὰ τὴν μεγίστην πιθανὴν παραμόρφωσιν καὶ ἔντασιν τοῦ κατακορύφου συνδέσμου ἀντιστοιχῶς τὰς κάτωθι τιμὰς:

$$\begin{aligned} \max v(t) &= 1,57 \cdot 10^{-2} \text{ (m)} & \max Q_b(t) &= 5,2 \text{ (t)} \\ \max \theta(t) &= 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} & \max M_b(t) &= 610,7 \text{ (tm)} \\ \max v_a(t) &= 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ (m)} & \max Q_a(t) &= 5,2 \text{ (t)} \\ \max \theta_a(t) &= 1,55 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} & \max M_a(t) &= 664,1 \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Σημειοῦται ἐνταῦθα ὅτι τὰς φασματικὰς τιμὰς τῶν Σχ. 5, 6 καὶ 7 ἔχομεν ἤδη πινακοποιήσει μὲ πικνότητα 100 διακεκριμένων ἀριθμῶν ἀνὰ sec. Διὰ τὴν ἐναποθήκευσιν τῶν ἐν λόγω στοιχείων εἰς τὴν μνήμην τοῦ ὑπολογιστοῦ ἀπαιτεῖται πρόσθετος χωρητικότης κατὰ 20 K περίπου. Ἐάν διατίθεται ἡ χωρητικότης αὕτη, τότε ἡ ἐπίλυσις αὐτοματοποιεῖται καὶ μόνον τὰ γεωμετρικὰ στοιχεῖα τοῦ ὕδατοπύργου, τὸ εἶδος τοῦ ἐδάφους, αἱ ἀποσβέσεις καὶ ἡ μεγίστη φασματικὴ τιμὴ $\max \max \ddot{\Gamma}(t)$ ἢ μόνον ἡ εδαφικὴ επιτάχυνσις ἀπαιτεῖται ὅπως εἰσαχθοῦν εἰς τὸν ὑπολογιστὴν.

7.2. Εὐκάμπτος ὕδατοπύργος, μέσον ἔδαφος θεμελιώσεως.

Αἱ διατομαὶ καὶ τὰ λοιπὰ χαρακτηριστικὰ ἔχουν ὡς ἐξῆς:

Ὑψος ὕδατοπύργου $h = 100 \text{ m}$, Ροπή ἀδρανείας κατακορύφου συνδέσμου $J = 10 \text{ m}^4$, Μᾶζα κεφαλῆς $m = 100 \text{ tm}^{-1} \text{ sec}^2$. Ἐπιφάνεια θεμελίου $A = 30 \text{ m}^2$.

Οἱ δεικτὰ ἐδάφους καὶ τὰ λοιπὰ στοιχεῖα τοῦ θεμελίου εἶναι ὡς εἰς τὸ προηγουμένον παράδειγμα.

7.2.1. Περίπτωσης ευκάμπτου ύδατοπύργου σχετικώς μικρᾶς μαζικής ροπῆς ἀδρανείας κεφαλῆς $J_m = 1000 \text{ tm sec}^2$.

Αἱ ἰδιοπερίοδοι τοῦ συστήματος ἐδόθησαν ὑπὸ τοῦ ὑπολογιστοῦ ἴσαι πρὸς:

$$\tau_1 = 15,8524 \text{ sec}, \tau_2 = 0,2376 \text{ sec}, \tau_3 = 0,077 \text{ sec}, \tau_4 = 0,0258 \text{ sec}.$$

Διὰ τὰς αὐτὰς ὡς εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα ἀποσβέσεις καὶ τὴν αὐτὴν μεγίστην ἐδαφικὴν ἐπιτάχυνσιν, λαμβάνομεν ἐκ τοῦ Σχ. 5, διὰ τὰς ὡς ἄνω τέσσαρας περιόδους, τὰς φασματικὰς τιμὰς:

$$\max \gamma_1(t) = 0,27 \text{ (m)}^*, \quad \max \gamma_2(t) = 0,016 \text{ (m)}, \\ \max \gamma_3(t) = \max \gamma_4(t) = 0.$$

Ταῦτας εἰσάγομεν εἰς τὸν ἠλεκτρονικὸν ὑπολογιστὴν καὶ λαμβάνομεν ἐν συνεχείᾳ ὡς μεγίστας πιθανὰς τιμὰς:

$$\max v(t) = 26,010 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}, \quad \max Q_b(t) = 4,6 \text{ (t)} \\ \max \theta(t) = 3,25 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}, \quad \max M_b(t) = 149,2 \text{ (tm)} \\ \max v_a(t) = 0,779 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}, \quad \max Q_a(t) = 4,6 \text{ (t)} \\ \max \theta_a(t) = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}, \quad \max M_a(t) = 689,1 \text{ (tm)}$$

7.2.2. Περίπτωσης ευκάμπτου ύδατοπύργου σχετικώς μεγάλης μαζικής ροπῆς ἀδρανείας κεφαλῆς $J_m = 12000 \text{ tm sec}^2$.

Αἱ ἰδιοπερίοδοι τοῦ συστήματος ὑπελογίσθησαν ἴσαι πρὸς:

$$\tau_1 = 15,9781 \text{ sec}, \quad \tau_2 = 0,8157 \text{ sec}, \\ \tau_3 = 0,077 \text{ sec}, \quad \tau_4 = 0,0259 \text{ sec}.$$

Αἱ ἀντίστοιχοι φασματικὰι τιμὰι:

$$\max \gamma_1(t) = 0,27 \text{ (m)}, \max \gamma_2(t) = 0,18 \text{ (m)}, \max \gamma_3 = \max \gamma_4 = 0$$

Καὶ αἱ μέγισται πιθανὰι τιμὰι παρέχονται ἀκολούθως ὡς:

$$\max v(t) = 26,7 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}, \quad \max Q_b(t) = 18,9 \text{ (t)} \\ \max \theta(t) = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}, \quad \max M_b(t) = 1531,3 \text{ (tm)} \\ \max v_a(t) = 3,18 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}, \quad \max Q_a(t) = 18,9 \text{ (t)} \\ \max \theta_a(t) = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}, \quad \max M_a(t) = 747,2 \text{ (tm)}$$

8. Συμπεράσματα καὶ προτάσεις

8.1. Διὰ τὸ συντεθέντος προγράμματος, τὸ ὁποῖον παρέχεται εἰς Σχ. 8 εἶναι δυνατόν νὰ προσδιορισθῇ ἀμέσως ἡ μεγίστη πιθανὴ παραμόρφωσις καὶ ἔντασις ἐκ σεισμοῦ οἰουδήποτε ύδατοπύργου ὑπὸ δεδομένας συνθήκας θεμελιώσεως, λαμβανομένης βεβαίως ὑπ' ὄψιν, ὡς ἀνεπτυχθῆ ἤδη, τῆς ἀλληλεπιδράσεως ἀνωδομῆς καὶ ἐδάφους. Πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι δὲν θεωρεῖται ἐνταῦθα ἀξιόλογος ἡ ἐπίδρασις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ ἀνωδομὴ τῶν ύδατοπύργων ἐπὶ τῶν χαρακτηριστικῶν τοῦ διεγείροντος σεισμικοῦ κραδασμοῦ, ὡς θὰ ἦδύνατο νὰ θεωρηθῇ εἰς περιπτώσεις μεγάλων φραγμάτων ἢ σταθμῶν πυρηνικῆς ἐνεργείας.

Κατωτέρω δίδεται μία συνοπτικὴ περιγραφή ἐπὶ τῆς ἐπιρροῆς, τὴν ὁποίαν ἀσκοῦν οἱ διάφοροι μελετηθέντες παράγοντες εἰς μίαν ἐκάστην ἐκ τῶν κάτωθι τεσσάρων ἰδιοπεριόδων.

8.2. Ἡ πρώτη ἰδιοπερίοδος τ_1 , ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς ὀριζόντιον μετακίνησιν v τῆς κεφαλῆς:

Μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἐπιρροὴ τῶν διαφορῶν ποιοτήτων τοῦ ἐδάφους θεμελιώσεως προκειμένου περὶ ἀκάμπτων κατασκευῶν, παρ' ὅτι περὶ ευκάμπτων, ὡς τοῦτο ἔχει ἀποδειχθῆ καὶ ἀλλοχοῦ [8], ἡ ἐπιρροὴ δὲ τῆς μαζικῆς ροπῆς ἀδρανείας τῆς κεφαλῆς ἀσήμαντος, (βλ. Σχ. 9).

Ὅσον ἡ μᾶζα τῆς κεφαλῆς αὐξάνει, τόσον πλησιάζομεν πρὸς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀμφιπάκτου στύλου προκειμένου περὶ ἀκάμπτων κατασκευῶν. Τὸ ἀντίθετον ἀλλὰ μὲ μικροτέραν ἔντασιν συμβαίνει δι' ευκάμπτους κατασκευὰς (βλ. Σχ. 11).

Ὅσον αὐξάνουν τὰ μεγέθη m_a καὶ J_{m_a} τοῦ θεμελίου, τόσον πλησιάζομεν πρὸς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀμφιπάκτου στύλου δι' ευκάμπτους, ἐνῶ ἡ τ_1 παραμένει περίπου σταθερὰ διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν ἀκάμπτων κατασκευῶν, (βλ. Σχ. 12).

Τὸ πεδῖον μεταβολῆς τῆς τ_1 εἶναι ἀπὸ 0,05 sec ἕως 25 sec.

8.3. Ἡ δευτέρα ἰδιοπερίοδος τ_2 , ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς στροφικὴν ταλάντωσιν θ τῆς κεφαλῆς.

Ἡ ἐπιρροὴ τοῦ ἐδάφους προκειμένου περὶ ἀκάμπτων κατασκευῶν εἶναι σημαντικώτατη, ἐνῶ εἶναι ἀμελητέα προκειμένου περὶ ευκάμπτων κατασκευῶν ὁπότε ἡ τ_2 συμπίπτει περίπου πρὸς τὴν τῆς μονοπάκτου T_2 . Ὅμοίως καὶ πρὸς τὴν προηγούμενην παράγραφον (8.2), ἡ ἐπιρροὴ τῆς μαζικῆς ροπῆς ἀδρανείας τῆς κεφαλῆς δὲν μεταβάλλει τὸν λόγον R_2 δηλαδὴ τῆς τ_2 πρὸς τὴν T_2 (ἰδιοπερίοδος μονοπάκτου), (βλ. Σχ. 9).

Ὅσον ἡ μᾶζα τῆς κεφαλῆς αὐξάνει, τόσον αὐξάνει ἡ τ_2 δι' ἀκάμπτους, ἐνῶ αὐτὴ παραμένει περίπου σταθερὰ δι' ευκάμπτους κατασκευὰς καὶ μάλιστα συμπίπτει περίπου πρὸς τὴν τῆς μονοπάκτου T_2 , (βλ. Σχ. 11).

Ὅσον αὐξάνουν τὰ μεγέθη m_a καὶ J_{m_a} τοῦ θεμελίου, τόσον πλησιάζομεν πρὸς τὴν περίπτωσιν τοῦ μονοπάκτου στύλου δι' ἀκάμπτους, ἐνῶ ἡ τ_2 παραμένει περίπου σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς τὴν T_2 δι' ευκάμπτους κατασκευὰς, (βλ. Σχ. 12).

Τὸ πεδῖον μεταβολῆς τῆς τ_2 εἶναι ἀπὸ 0,06 sec ἕως 0,9 sec.

8.4. Ἡ τρίτη ἰδιοπερίοδος τ_3 , ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς ὀριζόντιον μετακίνησιν v_a τῆς βάσεως:

Ἡ ἐπιρροὴ τοῦ ἐδάφους εἰς τὸν λόγον R_3 (τ_3/T_3) εἶναι ἀσήμαντος καὶ ἐϊδικώτερον: Προκειμένου περὶ ἀκάμπτων ἡ τ_3 μεταβάλλεται ἀπὸ 1,2 ἕως 1,5 φορές τὴν T_3 , ἐνῶ προκειμένου περὶ ευκάμπτων κατασκευῶν ἡ τ_3 ἰσοῦται πρὸς τὴν T_3 , (βλ. Σχ. 10).

Τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς ἰσχύει καὶ διὰ τὴν ἐπιρροὴν τῆς μεταβολῆς τῆς μᾶζης τῆς κεφαλῆς m , (βλ. Σχ. 11).

Ὅσον αὐξάνουν τὰ μεγέθη m_a καὶ J_{m_a} , διὰ μὲν τὰς ἀκάμπτους κατασκευὰς, ὁ λόγος R_3 μειοῦται καὶ κάτω τῆς μονάδος (μέχρι 0,8) διὰ δὲ τὰς ευκάμπτους κατασκευὰς παραμένει οὗτος σταθερὸς καὶ μάλιστα ἴσος πρὸς τὴν μονάδα, (βλ. Σχ. 12).

Τὸ πεδῖον μεταβλητῆς τῆς τ_3 εἶναι ἀπὸ 0,013 sec ἕως 0,14 sec.

8.5. Ἡ τετάρτη ἰδιοπερίοδος τ_4 , ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς στροφικὴν ταλάντωσιν θ_a τῆς βάσεως.

Ἡ ἐπιρροὴ τοῦ ἐδάφους εἰς τὸν λόγον R_4 (τ_4/T_4) εἶναι ἀσήμαντος, καὶ μάλιστα ἡ τ_4 ὑπολείπεται ὀλίγον τῆς ἀντιστοίχου T_4 , (βλ. Σχ. 10).

Ὅμοίως ἀσήμαντος εἶναι καὶ ἡ ἐπιρροὴ τῆς μᾶζης τῆς κεφαλῆς, (βλ. Σχ. 11). Ἡ ἐπιρροὴ τῶν μεγεθῶν m_a καὶ J_{m_a} εἶναι ὡσαύτως ἀσήμαντος δι' ευκάμπτους κατασκευὰς, ὁπότε ἡ R_4 ἰσοῦται περίπου πρὸς τὴν μονάδα. Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀκάμπτων κατασκευῶν ὅσον τὰ m_a καὶ J_{m_a} αὐξάνουν, τόσον περισσότερο ἡ R_4 μειοῦται κάτωθι τῆς μονάδος μέχρι 0,45, (βλ. Σχ. 12).

Τὸ πεδῖον μεταβολῆς τῆς τ_4 εἶναι ἀπὸ 0,002 sec ἕως 0,08 sec.

8.6. Ὡς προκύπτει ἐκ τῶν Σχ. 5,6 καὶ 7, συντονιστικὸν φαινόμενον διὰ τὰς ταλαντώσεις τῆς βάσεως v_a καὶ θ_a εἶναι σχεδὸν ἀδύνατον νὰ ἐμφανισθῇ, διότι αἱ ἀντίστοιχοι περίοδοι πίπτουν ἐκτὸς τοῦ πιθανοῦ διεγείροντος φάσματος συχνοτήτων. Αἱ ἀντίστοιχοι τιμὰι τῶν $\max \gamma_3$ καὶ $\max \gamma_4$ δύνανται κατὰ προσέγγισιν νὰ τεθοῦν ἴσαι πρὸς μηδέν. Ἐπομένως αἱ ἐκφράσεις τῶν ἐξ. (62) καὶ ἐξ. (67) δύνανται νὰ ἀπλουστευθοῦν, ὁπότε λαμβάνουν τὴν μορφήν:

$$\max x_i(t) = \sqrt{(\Delta_{i1} \psi_1 \max \gamma_1(t))^2 + (\Delta_{i2} \psi_2 \max \gamma_2(t))^2} \quad (72)$$

*Ἡ τιμὴ αὕτη λαμβάνεται κατ' ἐπέκτασιν τοῦ διαγράμματος τοῦ Σχ. 5. διὰ $\zeta = 5\%$.

και

$$\max \Pi_i(t) = \sqrt{(K'_{\Delta_{i1}} \psi_1 \max \gamma_1(t))^2 + (K'_{\Delta_{i2}} \psi_2 \max \gamma_2(t))^2} \quad (73)$$

Η επιρροή της ενδόσεως κατά v_a και θ_a του εδάφους του θεμελίου εις την καθόλου δυναμικήν συμπεριφοράν του ύδατοπύργου δυνατόν να είναι λίαν σημαντική, ως π.χ. πολλές φορές συμβαίνει με τās ακάμπτους κατασκευās εις μαλακά εδάφη [4], [8] τὸ βέλος τῆς κεφαλῆς v να ἰσοῦται σχεδὸν πρὸς τὸ ἄθροισμα τοῦ v_a και τοῦ θ_a h.

8.7. Θεωρεῖται σκόπιμον ὅπως ἀναφερθῆ ἑνταῦθα μία δυσχέρεια, πὸν ἐνεφανίσθη κατὰ τὴν διεξαγωγὴν τῆς ἐρεύνης και ἡ ὁποία ἀφορᾷ εἰς τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν διαφόρων ἰδιοσυχνοτήτων - λύσεων τῆς ἐξ. (31), πρὸς τās ἀντιστοιχοῦς τέσσαρας στάθμας i . Τὸ θέμα τοῦτο ἀντιμετωπίσθη ἑνταῦθα βάσει τῆς ὑποθέσεως ὅτι αἱ μεταβολαὶ τῶν ἐν λόγῳ τεσσάρων οἰκογενειῶν ἰδιοσυχνοτήτων πρέπει ἀφ' ἐνὸς μὲν να εἶναι συνεχεῖς ὡς πρὸς τās ἀντιστοιχοῦς παραμέτρους, ἀφ' ἑτέρου δὲ αἱ ἰδιοπεριόδοι T_1 ἕως T_4 να συμπίπτουν περίπου πρὸς τās ἀντιστοιχοῦς περιόδους T_1 ἕως T_4 δι' ὄρισμένας ἀκραιάς τιμὰς τῶν ἐξεταζομένων παραμέτρων. Ἐπὶ τοῦ θέματος τοῦτου θεωροῦμεν ὅτι θὰ ἦτο ἐνδιαφέρουσα μία διερεύνησις, ἐπὶ τῷ σκοπῷ αὐτομάτου ἀντιστοιχίας τῶν ἐν λόγῳ ἰδιοπεριόδων διὰ μαθηματικῆς ὁδοῦ.

8.8. Ἐκ τῆς γενομένης διερευνήσεως τῆς καθόλου συμπεριφορᾶς τοῦ σχηματισμοῦ, καταλήγομεν εἰς τὸ να προτείνωμεν ἑνταῦθα τὸν ὅρον «ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΑΚΤΩΣΙΣ», ἡ ὁποία θεωροῦμεν ὅτι ἀναπτύσσεται εἰς διάφορα σημεῖα τοῦ φορέως μόνον κατὰ τὴν δυναμικὴν συμπεριφορὰν αὐτοῦ, ἐνῶ ἀπὸ στατικῆς ἀπόψεως τοιαύτη πάκτωσις δὲν ὑφίσταται εἰς τὰ ἐν λόγῳ σημεῖα. Παρατηρεῖται μάλιστα Δυναμικὴ Πάκτωσις ἔναντι στροφῆς και ἔναντι μετακινήσεως ἀναλόγως τοῦ ἐὰν αὐξάνη ἡ μᾶζα τοῦ ἀντιστοίχου μεγέθους. Οὕτω π.χ. δι' αὐξήσεως τῆς μᾶζικῆς ροπῆς ἀδρανεῖας J_m τῆς κεφαλῆς, δημιουργεῖται δυναμικὴ πάκτωσις ἔναντι στροφῆς τοῦ κατακορύφου στύλου εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, ἐνῶ ἀπὸ στατικῆς ἀπόψεως δὲν εἶναι δυνατόν να θεωρηθῆ πάκτωσις τοῦ προβόλου εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον αὐτοῦ. Ἐν συναρτήσει πρὸς τὸ θέμα τοῦτο τίθενται διάφοροι ἀπλοποιητικαὶ παραδοχαὶ κατὰ τὸν δυναμικὸν ἀντισεισμικὸν ὑπολογισμὸν πολυωρόφων συστημάτων τῆς καθ' ἡμέραν πράξεως ὡς π.χ. ἡ παραδοχὴ ἀμφιπάκτων στύλων (shear building hypothesis), ἡ ἰσχὺς τῆς ὁποίας πολλὰς φορὰς ἀμφισβητεῖται. Θεωροῦμεν ὅτι θὰ ἦτο ἐνδιαφέρουσα μία διερεύνησις κατ' ἐπέκτασιν τῆς παρουσίας ἐν σχέσει μετ' ὅριον τῶν τιμῶν J_m ἢ και m διὰ τās ὁποίας ἀπὸ ἐκεῖ και ἔπειτα ἔχομεν κυρίως συμπεριφορὰν ἀμφιπάκτου ἢ μονοπάκτου, πρὸς θέσπισιν πιθανῶς κάποιου κριτηρίου, ὡς πρὸς τὴν ἰσχὺν τῶν ἀντιστοιχῶν ἀπλοστευτικῶν παραδοχῶν τοῦ ἀντισεισμικοῦ ὑπολογισμοῦ.

Πίναξ χρησιμοποιουμένων συμβόλων

- A : Δρῶσα ἐπιφάνεια θεμελιώσεως (m^2).
- { b } : Μονόστηλον βοηθητικῶν μητρώων.
- C_h, C_v : Ὅριζόντιος και κατακόρυφος ἀντιστοιχῶς, δείκτης ἐδάφους (Bettungsziffer) (tm^{-3}).
- c_{ij} : Δείκτης ἀποσβέσεως, ἥτοι, ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις ἢ ροπὴ, ἡ ὁποία, ἐφαρμοζομένη εἰς τὴν i στάθμην, εἶναι συμβιβαστὴ πρὸς μοναδιαίαν γραμμικὴν ταχύτητα ($m \text{ sec}^{-1}$) ἢ μοναδιαίαν γωνιακὴν ταχύτητα (sec^{-1}) τῆς j στάθμης ἀντιστοιχῶς, ἐνῶ αἱ ταχύτητες τῶν λοιπῶν σταθμῶν εἶναι μηδενικαὶ ($tm^{-1} \text{ sec}$, $tm\text{sec}$).
- [c] : Τὸ μητρώον ἀποσβέσεως τὸ ἔχον ὡς στοιχεῖα του τοὺς ὡς ἄνω δείκτας ἀποσβέσεως c_{ij} .
- c_{cr} : Συντελεστὴς κρίσιμου ἀποσβέσεως ($tm^{-1} \text{ sec}$, $tm\text{sec}$).
- $\max \gamma_p(t)$: Φασματικὴ τιμὴ σχετικῆς μετακινήσεως (m).
- $\max \dot{\gamma}_p(t)$: Φασματικὴ τιμὴ σχετικῆς ταχύτητος ($m\text{sec}^{-1}$).
- $\max \ddot{\gamma}_p(t)$: Φασματικὴ τιμὴ ὀλικῆς ἐπιταχύνσεως ($m\text{sec}^{-2}$).
- [γ] : Τὸ διαγώνιον μητρώον τῶν φασματικῶν τιμῶν μετακινήσεως $\gamma_p(t)$.

- DQ_i, DM_i : Αἱ τέμνουσαι και ροπαὶ ἀποσβέσεως ἀντιστοιχῶς, αἱ παρεχόμεναι ὑπὸ τῶν ὕλικῶν τῆς ἀνωδομῆς και ἐδάφους εἰς τās στάθμας $i = a$ ἢ b (t, tm).
- Δ_{ip} : Τὸ ἐντεταγμένον ἡμιἔυρος τῆς i στάθμης, τῆς p ἰδιομορφῆς.
- [Δ] : Τὸ μητρώον τῶν ἐντεταγμένων κανονικῶν μορφῶν (ἀναφέρονται και τὰ ἀντίστοιχα μονόστηλα μητρώα: { Δ } ἢ { Δ }_p).
- [δ] : Τὸ μητρώον τῶν μὴ ἐντεταγμένων κανονικῶν μορφῶν (ἀναφέρονται και τὰ ἀντίστοιχα μονόστηλα μητρώα: { δ } ἢ { δ }_p).
- E : Μέτρον ἐλαστικότητος τοῦ ὕλικου τοῦ κατακορύφου συνδέσμου (t/m^2).
- ζ : Λόγος ἢ ποσοστὸν ἀποσβέσεως $\zeta = c/c_{cr}$.
- [2ζω] : Τὸ διαγώνιον μητρώον τοῦ ποσοστοῦ ἀποσβέσεως.
- h : Ὑψος τοῦ ὕδατοπύργου, ἀπὸ τῆς στέψεως τοῦ θεμελίου μέχρι τοῦ κεντροβαρικοῦ ἄξονος τῆς κεφαλῆς (m).
- $\theta(t), \theta_a(t)$: Αἱ δυναμικαὶ στροφαὶ κεφαλῆς και βάσεως ἀντιστοιχῶς (rad).
- J, J_a : Αἱ ροπαὶ ἀδρανεῖας τῆς διατομῆς τοῦ κατακορύφου στύλου ἢ ἀκόμη και ἄθροισμα ροπῶν ἀδρανεῖας εἰς περίπτωσιν περισσοτέρων στύλων, και τῆς ἐπιφανείας τοῦ θεμελίου ἀντιστοιχῶς (m^4).
- J_m, J_{m_a} : Αἱ μᾶζικαὶ ροπαὶ ἀδρανεῖας περὶ ὀριζόντιον ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον ταλαντώσεως, ἀφ' ἐνὸς τοῦ περιβλήματος τῆς μᾶζης τῆς κεφαλῆς και ἀφ' ἑτέρου τῆς μᾶζης τῆς βάσεως ($tm \text{ sec}^2$).
- K_h : Ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις στατικῶς ἐφαρμοζομένη ἐπὶ θεμελίου ἵνα μετακινήσῃ αὐτὸ ὀριζοντίως κατὰ $v_a = 1 \text{ m}$ (tm^{-1}).
- K_{θ_a} : Ἡ ἀπαιτουμένη ροπὴ στατικῶς ἐφαρμοζομένη ἐπὶ θεμελίου ἵνα στρέψῃ αὐτὸ κατὰ γωνίαν $\theta_a = 1 \text{ rad}$ (tm).
- K_{ij} : Δείκτης ἀκαμψίας, ἥτοι, ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις ἢ ροπὴ ἥτις, στατικῶς ἐφαρμοζομένη εἰς τὴν i στάθμην, εἶναι συμβιβαστὴ πρὸς ἀντίστοιχον μετακίνησιν κατὰ 1 m ἢ στροφὴν κατὰ 1 rad τῆς j στάθμης, ἐνῶ αἱ λοιπαὶ στάθμαι εἶναι ἀκίνητοι (tm^{-1} ἢ tm).
- [K] : Τὸ μητρώον ἀκαμψίας ὀλοκλήρου τοῦ σχηματισμοῦ, ἔχον ὡς στοιχεῖα του τοὺς ὡς ἄνω δείκτας K_{ij} .
- [K'] : Τὸ μητρώον ἀκαμψίας τοῦ κατακορύφου μόνον συνδέσμου.
- m, m_a : Αἱ συγκεντρωμένα μᾶζαι κεφαλῆς και θεμελίου ($tm^{-1} \text{ sec}^2$).
- [M] : Τὸ διαγώνιον μητρώον μᾶζης τοῦ σχηματισμοῦ, μετ' στοιχεῖα $m_1 = m, m_2 = J_m, m_3 = m_a, m_4 = J_{m_a}$.
- { Π } : Τὸ μονόστηλον μητρώον ἐντάσεως τοῦ κατακορύφου συνδέσμου.
- $Q_i(t), M_i(t)$: Τέμνουσαι και ροπαὶ, συναρτήσεις τοῦ χρόνου t , αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται εἰς τās ἀντιστοιχοῦς στάθμας $i = a$ ἢ b (t, tm).
- $Q_s(t), M_s(t)$: Τέμνουσα και ροπὴ, ἐκ τοῦ ἐδάφους πρὸς τὴν ἀνωδομὴν (t, tm).
- τ_p, ω_p : Ἰδιοπερίοδος και ἰδιοσυχνοτῆς τῆς p κανονικῆς μορφῆς (sec , sec^{-1}).
- T_i, Ω_i : Περίοδος και συχνότης δι' ἐλευθερίαν κίνησιν τοῦ σχηματισμοῦ μόνον κατὰ τὴν i στάθμην, ἐνῶ αἱ λοιπαὶ εἶναι ἀκλόνητοι (sec , sec^{-1}).

- $v(t), v_a(t)$: Τὸ σχετικὸν δυναμικὸν βέλος τῆς κεφαλῆς καὶ τῆς βάσεως ἀντιστοίχως (m).
- $V(t)$: Ὅλικὸν δυναμικὸν βέλος τῆς κεφαλῆς (m).
- W : Τὸ βάρος τῆς μάζης τῆς κεφαλῆς (t).
- $\{x\}$: Τὸ μονόστηλον μητρῶν τῆς παραμορφώσεως τοῦ σχηματισμοῦ, εἶναι δέ: $x_1 = v, x_2 = \theta, x_3 = v_a, x_4 = \theta_a$.
- $y(t)$: Εὖρος τοῦ σεισμικοῦ κραδασμοῦ, ὁ ὁποῖος δρᾷ ὀριζόντιως εἰς τὴν βάσιν τοῦ θεμελίου (m).
- ψ_p : Ὁ συντελεστὴς συμμετοχῆς τῆς p ιδιομορφῆς.
- $\{\psi\}$: Τὸ μονόστηλον μητρῶν τῶν ὡς ἄνω συντελεστῶν συμμετοχῆς.
- $[\omega^2]$: Τὸ διαγώνιον μητρῶν τῶν ιδιοσυχνότητων τοῦ συστήματος.

Βιβλιογραφία

1. *F.E. Kokinoupolos*: «Dynamic Aseismic Design of an Elevated

Water Towers», International Association for Analog Computation, Vol. IX, No 3, July 1967.

2. *E. Κοκκινόπουλος, συνεργ. Π. Καρόδη*: «Πολυβάθμιοι Ἐπίπεδοι Ἐλαστικοὶ Σχηματισμοί, ὑπὸ τὴν Δράσιν Ὀριζοντίων Σεισμικῶν καὶ λοιπῶν Δυναμικῶν Διεγέρσεων». Ἐπιστημ. Δημοσίευμα Ε.Μ.Π., Νο 23, Ἀθῆναι 1972.
3. *E. Κοκκινόπουλος καὶ Π. Καρόδη*: «Πρότασις Δυναμικοῦ Ἀντισεισμικοῦ Ὑπολογισμοῦ Πολυβαθμίων Σχηματισμῶν», Ἀθῆναι 1973.
4. *Y. Matsushima and P. Carydis*: «Study of the Seismic Interaction Problem Between Ground and Shear Structures», Bull. International Inst. Seism. and Earthquake Eng., Vol. 8 (1974), pp. 237 - 252, Tokyo, Japan.
5. *E. Κοκκινόπουλος*: «Προσεγγιστικὸς Δυναμικὸς Ἀντισεισμικὸς Ὑπολογισμὸς Πολυώροφων Συστημάτων». Ἐπιστημονικὰ Δημοσιεύματα Ε.Μ.Π., Νο 16, Ἀθῆναι 1962.
6. *N.M. Newmark and W.J. Hall*: «Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities», Proceedings 4 WCEE Santiago, Chile 1969, Vol. II, pp B4, 37 - 50.
7. *H.B. Seed and I.M. Idriss*: «Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Responce Analysis», Earthquake Engineering Research Center Berkeley 1970.
8. *P.G. Carydis*: «Ground Effects on Dynamical Characteristics of Structures», Proceedings of the International Conference on Microzonation for Safer Construction, Research and Application, Seattle, 30.X - 3.XI, 1972.

Investigation of the dynamic behavior of elevated water towers. Application in the case of earthquake

by **P. G. Carydis***

A computer program in BASIC code has been compiled and presented by which the evaluation of the dynamic response of such structures can automatically be performed. Four parameters of deformation and the same number of degrees of freedom have been considered. These are: the horizontal translation and the rotation of the top, the horizontal sliding and rotation of the footing on the ground.

By this program the maximum probable dynamic behavior and loading are computed by inputing to the computer the following parameters: Total mass at the top, Mass moment of inertia of the top, Moment of inertia of the vertical elastic joint, Area of foundation and the quality of the ground by means of the corresponding values of the horizontal and vertical Bettungsziffern, the corres-

ponding spectral amplitude values. Any amount of damping may be assumed. The theory is based on the matrix evaluation of the dynamic problem, by the method of linear modal superposition. The P-Δ effect has been taken into account as well.

A great number of various characteristics of water towers (3072) has been evaluated using the computer and the results have been presented in curves, as parameters of the ground conditions, the top mass, mass moment of inertia etc.

During the investigation a DYNAMIC RESTRAIN has been observed. For example big mass moment of inertia of the top gives a behavior similar to the case of the vertical joint being casted at the top.

*Civil Engineer, graduate of N.T.U., Athens 1962. Since 1965 assistant at the N.T.U. Athens. Doctor's degree of N.T.U. Athens, 1968.

Postgraduate Studies at the «International Institute of Seismology and Earthquake Engineering» Tokyo, Japan 1968-1970.